Nome: ______________________________________ RA: ________________________

1ª Prova - MA 141, turma __

22 de abril de 2008.

É proibido usar calculadora. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. Boa prova.

1. (2 pontos) Considere o plano $\pi : x + 2y + z + 2 = 0$ e os pontos $P : (1, 0, 3)$ e $R : (1, 1, -3)$ em $\mathbb{R}^3$. Observe que P e R não pertencem a π e estão ambos do mesmo lado de $\mathbb{R}^3$ (separado por π). Jack Bauer quer usar o plano π como espelho, de modo que um laser emitido em P reflita em um certo ponto $Q \in \pi$ e chegue a R. Determine Q. Onde você usou o fato de que P e R estão do mesmo lado de $\mathbb{R}^3$?

2. (3 pontos) Considere as retas r e s em $\mathbb{R}^3$ dadas por:

$$r : (1, 1, 3) + t(1, 0, -1) \qquad\qquad s : \begin{cases} x - 3y - z = & 1 \\ y + z = & -2 \end{cases}$$

   (a) Encontre os pontos $A \in r$ e $B \in s$ que realizam a distância entre r e s.

   (b) Determine esta distância.

   (c) As retas r e s são reversas? Justifique.

3. (3 pontos) Considere a reta $r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(0, -2, 1)$ em $\mathbb{R}^3$ e seja $k \geq 0$.

   (a) Determine o(s) plano(s) que contêm a reta r e distam k da origem.

   (b) Discuta as soluções do problema em relação a k.

4. (2 pontos) Sejam A, X, Y matrizes reais de ordem 3×4, 4×1 e 3×1 respectivamente. Considere o sistema linear $(\Sigma) : AX = Y$ de 3 equações e 4 incógnitas. Assinale as afirmações abaixo como verdadeiras (V) ou falsas (F). Demonstre as verdadeiras e exiba um contra-exemplo explícito para as falsas.

   (a) O conjunto de soluções de (Σ) pode ser vazio.

   (b) O número de geradores do conjunto-solução de (Σ) é no máximo 2.