

Nome: _____

RA: _____

Métodos Matemáticos I (F520/MS550) - Prova 2

30 de junho de 2014

1. (2 pontos) Mostre que

$$1 = [J_0(x)]^2 + 2[J_1(x)]^2 + 2[J_2(x)]^2 + 2[J_3(x)]^2 + \dots$$

2. Considere a equação diferencial

$$x^2 y''(x) + xy'(x) - y(x) = f(x), \quad 1 < x < 2,$$

sujeita às condições de contorno $y(1) + y'(1) = 0$ e $y(2) - 2y'(2) = 0$.

- (a) (2 pontos) Ache a função de Green para tal problema.
- (b) (2 pontos) Resolva este problema para $f(x) = x$.
3. Considere a equação diferencial $(xy'(x))' + \frac{\lambda}{x}y(x) = 0$, no intervalo $(1, e)$.
- (a) (2 pontos) Determine os autovalores e autofunções correspondentes para o problema de Sturm-Liouville associado à EDO acima sujeita às condições de contorno $y(1) = y'(e) = 0$.
- (b) (2 pontos) Expanda a função constante $f(x) = 1$ em termos destas autofunções.
- (c) (2 pontos) Calcule o valor de $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{17} \dots$