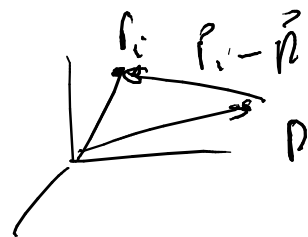


Lista 2

Exercício 1: Mostre que as coordenadas relativas ao CM

$$\vec{r}_i^{\text{rel}} = \vec{r}_i - \vec{R}$$



temos

$$(a) \quad \sum_i m_i \vec{r}_i^{\text{rel}} = 0$$


$$(b) \quad T = \frac{1}{2} M \dot{\vec{R}}^2 + \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i^{\text{rel}2}$$

$$(c) \quad \vec{L} = \vec{R} \times \vec{P} + \frac{1}{2} \sum_i \vec{r}_i^{\text{rel}} \times (m_i \dot{\vec{r}}_i^{\text{rel}})$$

onde $\vec{V} = \dot{\vec{R}}$. Interprete.

Exercício 2: Considere um sistema de duas partículas satisfazendo a 3ª lei de Newton na forma forte. Mostre que tal sistema quando expresso em termos das coordenadas relativas ao CM é equivalente a um sistema de 1 partícula sob a ação de um potencial central. Qual é a massa efetiva neste caso? Re-interpretar o problema de Kepler como um problema de 2 corpos.

Exercício 3: Suponha que as forças de interação em um dado sistema fechado são da forma

$$F_{ij} = f(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|) \vec{e}_{ij}, \quad \vec{e}_{ij} = \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|}$$


Mostre que tal sistema é conservativo.

Dica: Fazendo $V_{op}(r) = \int f(r) dr$, $V = \sum_{i < j} V_{op}(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|)$.

Exercício 4: Segundo R_x e m_x o raio e a massa de um planeta X. Suponha

que

$$\begin{cases} R_x = \alpha R_{Terra} \\ m_x = \beta m_{Terra} \end{cases}$$

Ache $\frac{g_x}{g_T}$ e $\frac{v_x}{v_T}$, onde g e v

denotam a aceleração de gravidade e a velocidade de escape.

Exercício 5: Ache a curva ligando dois pontos a alturas diferentes de tal forma que uma partícula partindo do repouso do ponto mais alto atinja o ponto mais baixo no menor tempo possível, deslizando pela curva sem atrito e sob a ação da gravidade. Tal curva é a chamada braquistócrona.

Exercício extra (Arnold, página 74): -

The transformations in Examples 1 to 3 are closely connected to mechanics. But since Poincaré's theorem is abstract, it also has applications unconnected with mechanics.

EXAMPLE 4. Consider the first digits of the numbers 2^n : 1, 2, 4, 8, 1, 3, 6, 1, 2, 5, 1, 2, 4,

PROBLEM. Does the digit 7 appear in this sequence? Which digit appears more often, 7 or 8? How many times more often?