Métodos II, segundo semestre de 2014

Lista 5 (parcial)

1. Resolva a equação da onda $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$ com condições iniciais $u(x,0) = \operatorname{sen}(x)$ e $u_t(x,0) = x^2$. Esboce o perfil da solução para diferentes valores de t.

2. Resolva a equação da onda $u_{tt} - c^2 u_{xx} = \mathrm{e}^x$ com condições iniciais $u(x,0) = 5$ e $u_t(x,0) = x^2$. Esboce o perfil da solução para diferentes valores de t.

3. Resolva a equação da onda $u_{tt} - c^2 u_{xx} = \mathrm{e}^x$, $x \in [0,\pi]$, $t > 0$, com condições de contorno $u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,\forall t$ e iniciais $u(x,0) = 0$ e $u_t(x,0) = 8\operatorname{sen}^2(x)$. Esboce o perfil da solução para diferentes valores de t.

4. A equação que descreve pequenas vibrações transversais em uma corda de densidade linear constante ρ e tensão T é $\rho u_{tt} = T u_{xx}$. A densidade de energia neste caso é dada por $e = \frac{1}{2}\left(\rho u_t^2 + T u_x^2\right)$. Mostre que a densidade de energia também satisfaz uma equação da onda e determine a velocidade de propagação de energia.

5. Uma corda tem sua extremidade esquerda em $x = 0$ fixada e sua extremidade direita em $x = L$ livre, de maneira que seu deslocamento transversal $u(x,t)$ satisfaz $u(0,t) = 0$ e $u_x(L,t) = 0$. Se a corda está em repouso em $t = 0$ e com configuração inicial $u(x,0) = kx/L$, encontre seu deslocamento transversal para $t > 0$.

6. Uma onda esférica é uma solução da equação da onda tridimensional $u_{tt} = c^2 \nabla^2 u$ da forma $u(\mathbf{r},t) = \psi(r,t)$, onde $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Encontre a EDP satisfeita por ψ e determine sua solução geral.