

Métodos II, segundo semestre de 2014

Lista 4 (parcial)

1. Esboce as curvas características, resolva o problema de Cauchy e determine o domínio da condição inicial e da solução para os seguintes problemas:

$$(a) \begin{cases} -yu_x + xu_y = 2xy, \\ u(x, 0) = f(x). \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x^2u_x - xyu_y = 2x^3 + x^2y + x^2 + \frac{x^3y}{x+1}, \\ u(\tau, \tau + 1) = \tau^2 + \tau. \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} u_t + cu_x = xu, \\ u(x, 0) = f(x). \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} xu_x - yu_y = u^2, \\ u(x, 1) = 1. \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} (y + u)u_x + (u + x)u_y = x - y, \\ u(x, 0) = 1 + x. \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} u_t + uu_x = -ku^2, \\ u(x, 0) = 1. \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} u_t + uu_x = -ku, \\ u(x, 0) = f(x). \end{cases}$$

A solução explícita para este último item não é possível. Faça algumas escolhas de $f(x)$ para as quais você pode obter soluções fechadas para $u(x, t)$ e as exiba.

2. Ache a solução geral das seguintes equações diferenciais:

$$(a) u_x - au_y = \cos(by).$$

$$(b) xu_x + yu_y = cu.$$

Os exercícios acima foram, em parte, retirados das seguintes referências:

[1] R. J. Biezuner, Equações diferenciais I/II, notas de aula. Disponível em http://www.mat.ufmg.br/~rodney/notas_de_aula/edp.pdf.

[2] J. Vaz Jr., MS650 – 2S04, Lista 6. Disponível em http://www.ime.unicamp.br/~mosna/lista_vaz_6.pdf.

[3] A. Jeffrey, Advanced Engineering Mathematics, 2002.