1.	2.	3.	4.	$\sum$

2ª Prova de Geometria Analítica — MA141 — Manhã

31 de maio de 2022

NOME:______________________________ **RA:**____________ **Turma:**____________

Responda a **todas** as questões abaixo. Justifique cada resposta e, quando aplicável, ilustre-a por uma figura. Cada questão vale **25 pontos**.

(1) Um paralelogramo é um quadrilátero plano com exatamente dois pares de lados paralelos. Dados os pontos $A = (0,3,4)$, $B = (-4,3,2)$ e $C = (5,1,2)$, determine o ponto D para que A, B, C e D sejam vértices consecutivos de um paralelogramo.

(2) Sejam $P = (x,y,z)$ e $A = (1,2,2)$ pontos em $\mathbb{R}^3$. Determine a posição relativa das retas a seguir:

$$r_1 : \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t(1,2,-1)$$

$$r_2 : \begin{cases} x = 3 \\ y = 2t \\ z = -4t \end{cases}$$

Analise ademais as seguintes situações:

- se r_1 e r_2 forem paralelas: determinar se são coincidentes ou distintas.
- se r_1 e r_2 forem concorrentes: determinar o ponto de interseção.
- se r_1 e r_2 forem reversas: determinar as equações dos planos paralelos que contêm r_1 e r_2.

(3) Considere os planos

$$\begin{aligned} \pi_1 &: x + y + z + 4 = 0, \\ \pi_2 &: -4x + 4y - 12z - 8 = 0, \\ \pi_3 &: 2x - 2y + 6z - 8 = 0. \end{aligned}$$

(a) Embora a interseção dos três planos seja vazia, o plano π_1 intersecta cada um dos planos π_2 e π_3, determinando duas retas $r = \pi_1 \cap \pi_2$ e $s = \pi_1 \cap \pi_3$. Determine as equações paramétricas das retas r e s.

(b) Determine se r e s são retas paralelas distintas, coincidentes, concorrentes ou reversas. Justifique.

(4) Responda **falso** ou **verdadeiro**, justificando a sua resposta (com um contra-exemplo ou uma demonstração, respectivamente):

(a) Se os vetores $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ satisfazem $u \times v = u \times w$, então $v \times w = 0$.

(b) A interseção em $\mathbb{R}^3$ do cone $K : z^2 = x^2 + y^2$ com o plano $\pi : z = x - 1$ é uma hipérbole.

(c) Seja $\mathcal{E}$ uma elipse com retas diretrizes s_1 e s_2 em $\mathbb{R}^2$. O lugar geométrico dos pontos P tais que $\text{dist}(P, s_1) = \text{dist}(P, s_2)$ pode ser uma reta que cruza s_1 e s_2.

(d) A cônica $C : x^2 + 2x + 4y^2 + 4y + 1 = 0$ tem focos F_1 e F_2 tais que o ponto médio P do segmento $[F_1F_2]$ tem coordenadas $x = -1, y = -1/2$.

(e) Sejam F um ponto e s uma reta no plano tais que $F \notin s$. O lugar geométrico dos pontos P no plano tais que $\text{dist}(P, F) = 2\,\text{dist}(P, s)$ é uma elipse.