1	2a	2b	2c	2d	2e	2f	3	4a	4b	4c	$\sum$

ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

1ª Prova de MA141 — 03/04/2018, **08:00–10:00 hs**

NOME:______________________________ **Turma: CDEFG** **RA:**__________

1. (2 pt) Consideramos o sistema $\left[\begin{array}{ccccc} x & +y & -z & -t & =a \\ x & +2y & +3z & -t & =2 \\ 3x & +5y & +5z & -3t & =6 \end{array}\right.$. Resolver o sistema dependendo dos valores do parâmetro real a.

(Isto é determinar quando o sistema não tem soluções, quando tem solução única e quando tem várias soluções. Nos dois últimos casos, determinar todas as soluções.)

2. (3 pt) Responder explicitamente às perguntas abaixo com **Verdadeira** ou **Falsa**, com as devidas justificativas. Respostas (mesmo certas) sem justificativa **não** serão consideradas !

a) Se A é uma matriz $n \times n$ cuja forma escalonada reduzida é a matriz identidade I_n então o determinante de A é igual a 1.

b) Se A e B são duas matrizes $n \times n$ e $AB = O_n$, sendo O_n a matriz nula $n \times n$, então $BA = O_n$.

c) Se um sistema linear com m equações e n variáveis $AX = b$ tem várias soluções, então o sistema homogêneo $AX = 0$ também tem várias soluções.

d) Se A e B são duas matrizes $n \times n$, então $\det(A + B) = \det A + \det B$.

e) Se A é uma matriz $n \times n$ com entradas números reais e $A^3 = I_n$ então $A = I_n$.

f) Se A é uma matriz 3×3 antissimétrica (isto é $A^t = -A$), então $\det(A) = 0$.

3. (2 pt) Calcular a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, usando **operações elementares**.

4. (3 pt) Sejam $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ duas matrizes 4×4.

a) Calcular $\det(B)$.

b) Encontrar o produto das matrizes AB.

c) Usando o resultado de (b), calcular o determinante da matriz A.

Incluir na prova, por favor, **todas** as contas feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!

1	2a	2b	2c	2d	2e	2f	3	4	$\sum$

ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

1ª Prova de MA141 — 03/04/2018, **16:00–18:00 hs**

NOME:____ **Turma: PQ** **RA:**________________

1. (2 pt) Consideramos o sistema $\left[\begin{array}{ccccl} -x & -y & & +t & =-3 \\ x & -y & -2z & +5t & =3 \\ -x & -y & -z & +8t & =1 \\ & & -z & +7t & =p \end{array}\right.$. Resolver o sistema dependendo dos valores do parâmetro real p.

(Isto é determinar quando o sistema não tem soluções, quando tem solução única e quando tem várias soluções. Nos dois últimos casos, determinar todas as soluções.)

2. (3 pt) Responder explicitamente às perguntas abaixo com **Verdadeira** ou **Falsa**, com as devidas justificativas. Respostas (mesmo certas) sem justificativa **não** serão consideradas !

a) Se A é uma matriz $n \times n$ tal que $A^4 - 3A^3 - 4A = 3I_n$, então A é invertível.

b) Um sistema homogêneo com 4 equações e 5 variáveis sempre tem soluções não triviais.

c) Se A é uma matriz $n \times n$ invertível então $(A^t)^{-2} = (A^{-2})^t$. (Aqui A^t é a transposta de A.)

d) Se A e B são matrizes $n \times n$ invertíveis então $A + B$ também é invertível.

e) Se o sistema linear $AX = b$ com n equações e n variáveis não tem solução então a forma escalonada reduzida de A contém linha(s) de zeros.

f) Se A e B são matrizes $n \times n$ tais que $AB = O_n$, a matriz nula, então A e B têm determinantes iguais a 0.

3. (2,5 pt) Seja $A = \begin{pmatrix} 3-a_1b_1 & 3-a_1b_2 & 3-a_1b_3 & 3-a_1b_4 \\ 3-a_2b_1 & 3-a_2b_2 & 3-a_2b_3 & 3-a_2b_4 \\ 3-a_3b_1 & 3-a_3b_2 & 3-a_3b_3 & 3-a_3b_4 \\ 3-a_4b_1 & 3-a_4b_2 & 3-a_4b_3 & 3-a_4b_4 \end{pmatrix} \in M_4$.

Calcular o determinante de A em função dos a_i e b_i.

4. (2,5 pt) Encontrar a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, usando **operações elementares**.

Incluir na prova, por favor, **todas** as contas feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!

1	2a	2b	2c	2d	2e	2f	3	4	$\sum$

ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

1ª Prova de MA141 — 03/04/2018, **19:00–21:00 hs**

NOME:____ **Turma: WX** **RA:**________________

1. (2 pt) Consideramos o sistema $\left[\begin{array}{cccl} -x & -2y & +(5-p)z & =1 \\ -2x & +(2-p)y & -2z & =2 \\ (5-p)x & -2y & -z & =1 \end{array}\right.$. Resolver o sistema dependendo dos valores do parâmetro real p.

(Isto é determinar quando o sistema não tem soluções, quando tem solução única e quando tem várias soluções. Nos dois últimos casos, determinar todas as soluções.)

2. (3 pt) Responder explicitamente às perguntas abaixo com **Verdadeira** ou **Falsa**, com as devidas justificativas. Respostas (mesmo certas) sem justificativa **não** serão consideradas !

a) Se A é uma matriz $n \times n$ e 0_n é a coluna $n \times 1$ de zeros, e o sistema $AX = 0_n$ tem solução única, então $\det A = 0$.

b) Se A e B são duas matrizes $n \times n$ então $\det(AB) = \det(BA)$.

c) Se o sistema linear $AX = b$ não tem solução então o sistema homogêneo $AX = 0$ tem infinitas soluções.

d) Se A é uma matriz triangular superior $n \times n$ invertível, então A^{-1} também é triangular superior.

e) Se A, B, C são três matrizes $n \times n$, então $\det(AB + C) = \det(AB) + \det C$.

f) Se $A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & -x \end{pmatrix}$ é uma matriz de ordem 2, então A^2 é uma matriz escalar.

3. (2,5 pt) Calcular o determinante da matriz A de ordem 5×5: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. (2,5 pt) Encontrar a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, usando **operações elementares**.

Incluir na prova, por favor, **todas** as contas feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!