MA141 - Examen / Segunda Chamada - 11/07/2019

Nome:
RA:
Turma: **- MANHÃ**

Exercício 1 (*3 pontos*)
Considere o sistema linear nas três variáveis x, y, z

$$\begin{cases} x + y + kz = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

Determinar os valores de k o sistema tem: solução única, infinitas soluções ou nenhuma solução. Nos casos onde tiver solução, resolver o sistema.

Exercício 2 (*1 ponto*)
Determinar, para quais valores reais de a a seguinte matriz é invertível.

$$A = \begin{pmatrix} a & 3 & a-2 \\ a & 4-a & a-1 \\ -3a & -9 & 7-2a \end{pmatrix}$$

Exercício 3
As retas r e s são dadas por

$$r := \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \quad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}, \quad s := \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + p \quad p \in \mathbb{R} \\ z = -p \end{cases}$$

a) (*1 ponto*) Encontrar a distância entre as retas r e s e mostrar que as duas retas são reversas.
b) (*1 ponto*) Encontrar as equações dos planos paralelos π_1 e π_2, tais que r está contida em π_1 e s está contida em π_2.
c) (*1 ponto*) Encontrar o ângulo entre as retas r e s.

Exercício 4 (*2 pontos*)
Seja $\mathcal{C}$ o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ do plano cujas coordenadas x e y satisfazem

$$5x^2 - 2xy + 5y^2 - 16\sqrt{2}x + 8\sqrt{2}y + 4 = 0$$

Encontrar as mudanças consecutivas das coordenadas que levam $\mathcal{C}$ à forma canônica e identificar a cônica $\mathcal{C}$.

Exercício 5 (*1 ponto*)
Encontrar a equação da superfície cilíndrica determinada pelo vetor $(1, -1, 2)$ e curva diretriz

$$z^2 + 4yz - y^2 + 3y - 5 = 0.$$

Incluir na prova, por favor, todas as contas feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas. BOA PROVA!

MA141 - Examen / Segunda Chamada - 11/07/2019

Nome:
RA:
Turma: **- TARDE**

Exercício 1 (*3 pontos*)
Considere o sistema linear nas três variáveis x, y, z

$$\begin{cases} x - 2y + kz = -k \\ y + z = k \\ (k+2)x + 2ky - z = 1 \end{cases}$$

Determinar os valores de k o sistema tem: solução única, infinitas soluções ou nenhuma solução. Nos casos onde tiver solução, resolver o sistema.

Exercício 2 (*1 ponto*)
Determinar, para quais valores reais de a a seguinte matriz é invertível.

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & a-1 \\ -a & a-4 & -a+3 \\ 2a & 2 & 3a \end{pmatrix}$$

Exercício 3
As retas r e s são dadas por

$$r := \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \quad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}, \quad s := \begin{cases} x = -1 + 3p \\ y = p \qquad\quad p \in \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$$

a) (*1 ponto*) Encontrar a distância entre as retas r e s e mostrar que as duas retas são reversas.
b) (*1 ponto*) Encontrar as equações dos planos paralelos π_1 e π_2, tais que r está contida em π_1 e s está contida em π_2.
c) (*1 ponto*) Encontrar o ângulo entre as retas r e s.

Exercício 4 (*2 pontos*)
Seja $\mathcal{C}$ o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ do plano cujas coordenadas x e y satisfazem

$$3y^2 + 4xy + 4\sqrt{5}x + 2\sqrt{5}y - 1 = 0$$

Encontrar as mudanças consecutivas das coordenadas que levam $\mathcal{C}$ à forma canônica e identificar a cônica $\mathcal{C}$.

Exercício 5 (*1 ponto*)
Encontrar a equação da superfície cônica, com vértice na origem, obtida a partir da curva definida por

$$x^2 - 3xz + 2z - 4 = 0 \text{ e } y = 2.$$

Incluir na prova, por favor, todas as contas feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas. BOA PROVA!

MA141 - Examen / Segunda Chamada - 11/07/2019

Nome:
RA:
Turma: **- NOITE**

Exercício 1 (*3 pontos*)
Considere o sistema linear nas três variáveis x, y, z

$$\begin{cases} 2x + (k+1)y - kz = 1 \\ (k+2)y + (2k+4)z = 2 \\ (k+1)z = k-1 \end{cases}$$

Determinar os valores de k o sistema tem: solução única, infinitas soluções ou nenhuma solução. Nos casos onde tiver solução, resolver o sistema.

Exercício 2 (*1 ponto*)
Determinar, para quais valores reais de a a seguinte matriz é invertível.

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1-a \\ -2a & a+3 & 2a+1 \\ 3a & -3 & -2a \end{pmatrix}$$

Exercício 3
As retas r e s são dadas por

$$r := \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = 2+t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad , \quad s := \begin{cases} x = p \\ y = 3+p \\ z = -1 \end{cases} \quad p \in \mathbb{R}$$

a) (*1 ponto*) Encontrar a distância entre as retas r e s e mostrar que as duas retas são reversas.
b) (*1 ponto*) Encontrar as equações dos planos paralelos π_1 e π_2, tais que r está contida em π_1 e s está contida em π_2.
c) (*1 ponto*) Encontrar o ângulo entre as retas r e s.

Exercício 4 (*2 pontos*)
Seja $\mathcal{C}$ o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ do plano cujas coordenadas x e y satisfazem

$$3x^2 + 14xy + 3y^2 + 2\sqrt{2}x + 18\sqrt{2}y + 34 = 0$$

Encontrar as mudanças consecutivas das coordenadas que levam $\mathcal{C}$ à forma canônica e identificar a cônica $\mathcal{C}$.

Exercício 5 (*1 ponto*)
Encontrar a equação da superfície de revolução obtida ao rotacionar, ao redor do eixo y, a curva

$$3x^2 - 7xy + 3x - 2y - 5 = 0.$$

Incluir na prova, por favor, todas as contas feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas. BOA PROVA!