

Teoria dos Números - 28/09/2024

Gabriela Martins, Felipe Amaral, Melissa Venâncio

Problema 1. Pedro precisa transportar 42 objetos e dispõe de várias caixas, algumas com capacidade para 5 objetos e outras para 11 objetos. Todas as caixas utilizadas devem ser completamente preenchidas. Quantas caixas de cada tamanho ele deve usar?

Problema 2. Um feirante vende tomates em pacotes de três, dez e vinte unidades.

- Para comprar exatamente 16 tomates, quantos pacotes de cada tamanho devem ser comprados? E para comprar exatamente 18 tomates?
- Quais quantidades são possíveis de serem compradas com esses pacotes?
- Quais seriam os três tamanhos de pacotes ideais para que fosse possível satisfazer todos os pedidos com mais de 2 tomates?

Problema 3. Determine todas as soluções inteiras da equação $5x + 3y = 7$.

Problema 4. Neste exercício, estudaremos soluções inteiras para equações de duas variáveis x e y da forma $x^2 + y^2 = a^2$, onde a é um número inteiro.

- Encontre as soluções inteiras das equações diofantinas $x^2 + y^2 = 25$ e $x^2 + y^2 = 1$ e marque-as no plano cartesiano ao lado.
- Escolha uma solução para cada uma das equações do item anterior. Chamando uma dessas soluções de (a, b) e a outra de (c, d) , identifique o ponto $(ac - bd, ad + bc)$ no plano. Este ponto é solução de alguma das equações do item anterior?
- Verifique que, se (a, b) é solução inteira de $x^2 + y^2 = m^2$ e (c, d) é solução inteira de $x^2 + y^2 = n^2$, então $(ac - bd, ad + bc)$ é solução de $x^2 + y^2 = (mn)^2$.

