

Combinatória - 31/08/2024

Beatriz Julião, Gabriel Lucena, Gabriela Martins

Problema 1. Uma professora é responsável por uma turma de estudantes. Antes de dar a primeira aula, a professora observa a lista de chamada e, sem saber as datas de nascimento dos seus estudantes, tem certeza de que ao menos dois deles nasceram no mesmo mês. Como você acha que a professora chegou a esta conclusão?

Problema 2. Um dado de 6 faces é lançado algumas vezes.

- Qual é a menor quantidade de lançamentos que garante que alguma das faces saiu mais de 1 vez?
- Qual é a menor quantidade de lançamentos que garante que alguma das faces saiu pelo menos 5 vezes?

Problema 3. Um grupo de estudantes da Unicamp, que vieram de diversas partes do Brasil, ingressou por vagas olímpicas. Nessa forma de ingresso, os estudantes com menções e medalhas em olimpíadas científicas podem concorrer às vagas na Unicamp.

- Os estudantes desse grupo podem ter vindo de qualquer estado do Brasil e participaram de olimpíadas de matemática, química ou física. Qual é o menor número de estudantes desse grupo para garantir que pelo menos dois deles vieram do mesmo estado e ingressaram usando a mesma olimpíada?
- Agora considere que os estudantes do grupo vieram de N estados diferentes e ingressaram usando uma das M olimpíadas diferentes disponíveis. Qual é o menor número de estudantes desse grupo para garantir que pelo menos dois deles vieram do mesmo estado e ingressaram usando a mesma olimpíada?

Problema 4. Mostre que em qualquer festa existem pelo menos duas pessoas com o mesmo número de amigos nessa festa.

Problema 5. Considere os números inteiros consecutivos $1, 2, 3, \dots, 2n$ e selecione $n + 1$ deles. Prove que, para $n > 1$, existem dois entre os números selecionados que são primos entre si. Dois números inteiros são primos entre si se tem apenas o número 1 como divisor comum.

Dica: Veja o que acontece com números pequenos.