

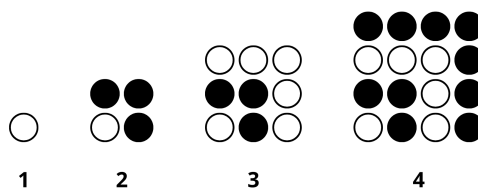
Álgebra - 25/05/2024

Marcos Cavicchioli, Beatriz Julião, Conrado Bunge

Problema 1. (OBMEP) Quantos sinais de adição foram utilizados na expressão a seguir?

$$2 + 0 + 1 + 3 + 2 + 0 + 1 + 3 + 2 + 0 + 1 + 3 + \dots + 2 + 0 + 1 = 2013$$

Problema 2. Ana estava brincando com algumas bolinhas brancas e pretas, e resolveu organizá-las em uma sequência da seguinte forma:



- Como você faria o próximo quadrado? Por quê? Quantas bolinhas ele tem?
- Some $1 + 3 + 5 + 7 + 9$. Há alguma relação entre essa soma e o item anterior? Se sim, essa relação se aplica a algum outro termo da sequência?
- Sem somar, quanto vale $1 + 3 + 5 + \dots + 61$? Justifique.

Problema 3. (OBMEP - adaptado) Dado um número natural, Júlia faz o seguinte cálculo: ela eleva esse número ao cubo, e então subtrai o número inicial desta quantia.

- Júlia fez esse cálculo para o número 4, considerando que ela não errou, qual foi o resultado obtido? Esse resultado é divisível por 6?
- É possível encontrar um número tal que o resultado do cálculo não seja divisível por 6? Justifique.

Problema 4. (POTI) Utilize produtos notáveis nos itens abaixo.

- Encontre todos os números inteiros x e y tais que $x^2 - y^2 = 13$.
- Sabendo que $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 3$ e que $a + b = 11$, determine $a \cdot b$.
- Considere m e n dois números quaisquer. É verdade que $4 \cdot m \cdot n$ não é maior que $(m + n)^2$? Dê exemplos, e justifique sua resposta.