Terceira Lista de ME613 - Primeiro Semestre de 2004

1 Quando regiões de confiança simultânea para β_0 e β_1 são construídas pelo método de Bonferroni, com um coeficente de confiança de 90%, podemos interpretar que, em 10% das vezes, os intervalos de confiança de β_0 estarão incorretos? Ou que, em 5% das vezes, os intervalos de confiança de β_0 estarão incorretos e que, em 5% das vezes, os intervalos de confiança de β_1 estarão incorretos? Discuta.

2 Suponha que a variável regressora é de tal forma que $\bar{x} = 0$ e que o modelo de regressão linear é válido. Mostre que os estimadores de mínimos quadrados, $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ são independentes. O que se pode concluir sobre a construção de regiões simultâneas de confiança para β_0 e β_1. Justifique.

3 Suponha um modelo de regressão linear simples.

(a) Defina o modelo de regressão linear simples em sua forma matricial. Ache os estimadores de mínimos quadrados.
(b) Mostre que esses estimadores são não-viciados e ache sua matriz de variância-covariância.
(c) Ache as expressões para $SQReg$, $SQErro$ e soma dos quadrados totais corrigida. Mostre que é válida a decomposição:

$$SQTotal = SQErro + SQReg. \tag{1}$$

(d) Utilize o Lema de Cochran para encontrar as respectivas distribuições das somas de quadrados apresentadas em (**??**) e justfique a utilização do teste F.

4 Suponha o seguinte modelo usual de regressão:

$$Y_i = \beta_1 x_{i1} + \beta x_{i2} + \epsilon_i,$$

$i = 1, 2, \ldots, n$ e ϵ i.i.d $N(0, \sigma^2)$.
(a) Ache as equações normais e encontre os estimadores de mínimos quadrados delas derivados.
(b) Compare os estimadores obtidos em (a) com os estimadores pelo método

de máxima verossimilhança. Discuta o resultado.

5 Suponha o seguinte modelo usual de regressão:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta x_{i2} + \beta_2 x_{i1}^2 + \beta_3 x_{i2} + \epsilon_i,$$

$i = 1, 2, \ldots, n$ e ϵ i.i.d $N(0, \sigma^2)$.
(a) Ache as equações normais e encontre os estimadores de mínimos quadrados delas derivados.
(b) Compare os estimadores obtidos em (a) com os estimadores pelo método de máxima verossimilhança. Discuta o resultado.

6 Construa a matriz $\mathbf{X}$ e o vetor de parâmetros β para os seguintes modelos (com $i = 1, 2, 3, 4$).

(a) $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i1} x_{i2} + \epsilon_i$

(b) $log(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \epsilon_i$

(c) $Y_i = \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i1} + \beta_3 x_{i1}^2 + \epsilon_i$

(d) $\sqrt{Y_i} = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 log_{10}(x_{i2}) + \epsilon_i$

(e) $Y_i = \beta_0 \beta_1 x_{i1} \epsilon_i$

(f) $3Y_i = \beta_0^{x_{i1}} \beta_1 x_{i2} \epsilon_i$