ME106 - Laboratório de Estatística N2

Profas.: Hildete Pinheiro

Terceira Lista de Exercícios

2º Semestre de 2003

Entrega: dia 09/09/03

1. Suponha que os dados abaixo representam uma certa população de tamanho $N = 6$.

$X = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

Calcule a média ($\mu_X = \sum_{i=1}^{N} \frac{X_i}{N}$) e a variância ($\sigma_X^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(X_i-\mu_X)^2}{N}$) da população. Retire todas as amostras possíveis de tamanho $n = 2$ com reposição. Calcule a média ($\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$) e a variância ($s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$) de cada amostra. Observe que você terá 36 amostras. Portanto, 36 médias e 36 variâncias. Calcule agora a média ($\mu_{\bar{X}}$) e a variância ($\sigma_{\bar{X}}^2$) dessas médias. Qual a relação entre μ_X e $\mu_{\bar{X}}$? E entre σ_X^2 e $\sigma_{\bar{X}}^2$? Calcule também a média das variâncias (μ_{s^2}) e ache a relação entre μ_{s^2} e σ_X^2.

2. Repita o cálculo das variâncias amostrais do exercício anterior usando n ao invés de $n - 1$ no denominador (i.e., $s_\star^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\bar{x})^2}{n}$) e calcule a média dessas variâncias ($\mu_{s_\star^2}$). Qual a relação entre $\mu_{s_\star^2}$ e σ_X^2?

3. Utilizando a distribuição da média e da variância do exercício 1, calcule $Z = \frac{(\bar{X}-\mu_X)}{\sigma_X}\sqrt{n}$ e $t = \frac{(\bar{X}-\mu_X)}{s}\sqrt{n}$. Faça os histogramas dessas estatísticas.

4. Na tabela abaixo apresentamos a distribuição da variância amostral S^2, para amostras de tamanho 3, retiradas da população $\{1, 3, 5, 5, 7\}$.

s^2	0,00	1,33	4,00	5,33	9,33	12,00
$P(S^2 = s^2)$	11/125	42/125	24/125	24/125	18/125	6/125

Faça o gráfico de $s^2 \times P(S^2 = s^2)$. Gere 100 observações simuladas da distribuição dada acima. Faça um histograma dessa nova variável simulada e tente esboçar como ficaria o histograma alisado de S^2 para amostras de tamanho grande.

5. Quando uma companhia compra um grande lote de peças, não é verificado todo o lote para ver se tudo funciona. O que se faz é tomar uma amostra do lote e, se não for detectado um número

muito grande de defeituosos, o lote é aceito. Suponha que o plano de inspeção consista em tomar 40 itens escolhidos ao acaso do lote e usar a seguinte regra: aceitar o lote se houver, no máximo, um item defeituoso e rejeitar caso contrário.
(a) Se o lote tiver, de fato, 25% de itens defeituosos, ainda assim ele pode ser aceito? Qual a probabilidade disto acontecer?
(b) Repita o item anterior para as seguintes probabilidades de itens defeituosos: 0,1%, 0,5%, 1%, 2%, 3%, 5% e 8%.
(c) Usanso os itens (a) e (b) construa um gráfico com a probabilidade de aceitação na ordenada e a probabilidade de defeituosos na abcissa. Comente.
(d) Repita o item (c) para outro plano de inspeção: tomar 100 itens ao acaso e aceitar o lote se no máximo dois itens forem defeituosos. Compare os dois planos de inspeção.

6. Gere amostras de tamanhos 20, 50, 100 e 300 das distribuições abaixo e faça os histogramas correspondentes:
(a) Binomial com $n = 3$ e $p = 1/3$
(b) Binomial com $n = 12$ e $p = 1/3$
(c) Binomial com $n = 48$ e $p = 1/3$
(d) N(0,1)
(e) N(3,1)
(f) N(2,10)