

Atratores globais para a equação semilinear do calor rapidamente dissipativa

JULIANA HONDA LOPES
UFRJ

Resumo

Perturbação de operadores compactos para a equação do calor semilinear é um tópico de pesquisa em progresso com a sua teoria bem desenvolvida. Por outro lado, pouco se sabe sobre atratores ilimitados. Assim, um melhor entendimento da dinâmica da estrutura desses objetos é de primordial importância.

Este seminário será dividido em duas partes. Primeiro, vamos revisar o trabalho feito em [1] e por fim, mostraremos nosso trabalho que está em desenvolvimento.

Em [1] foi estudado o comportamento assintótico do seguinte problema

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + bu + f(u) - \epsilon u^3, & x \in [0, \pi] \\ u_x(t, 0) = u_x(t, \pi) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

com $b > 0$ e $f \in C^2$ sendo uma função limitada e globalmente Lipschitz. O sistema dinâmico gerado por (1), para todo $\epsilon > 0$ é dissipativo. No caso em que $\epsilon = 0$, o sistema dinâmico associado é lentamente não-dissipativo. Portanto, a equação limite possui soluções que explodem em tempo infinito, enquanto as soluções para a equação com valores positivos para ϵ são limitadas para $t \geq 0$. Foi mostrado a continuidade da família de atratores em conjuntos compactos, e que a escolha de perturbação produz uma grande mudança na dinâmica do espaço de fase perto do infinito. Em outras palavras, foi provado que o limite dos atratores compactos de (1) não são os atratores ilimitados da equação limite.

Atualmente, estamos estudando a dinâmica do problema (1) no caso em que $\epsilon < 0$, o qual nos gera um sistema dinâmico altamente dissipativo. Quando o parâmetro ϵ vai para zero, verificamos que o tempo máximo da existência de solução vai para o infinito, o que faz sentido já que a equação limite é globalmente bem colocada. A ideia é estudar a continuidade das soluções e do atrator global quando $\epsilon \rightarrow 0$, e entender se o limite do atrator será o atrator do limite. A princípio, com a ajuda da Teoria da Projeção de Poincaré, temos examinado como seriam os atratores limites de um problema mais simples para podermos caracterizar-los como foi feito em [1], e a partir disso, poder comparar o atrator do problema limite com o limite desses atratores.

Este é um trabalho em conjunto com Phillip Lappicy e Juliana F. S. Pimentel.

Referências

- [1] S. Bruschi, A. N. Carvalho, J. Pimentel, *Limiting grow-up behavior for a one-parameter family of dissipative PDEs*, Indiana University Mathematics Journal, (to appear).