

A Geometria no Globo Terrestre.

1. Introdução.

Neste trabalho pretendemos desenvolver o estudo da esfera e seus elementos explorando sua associação com o globo terrestre.

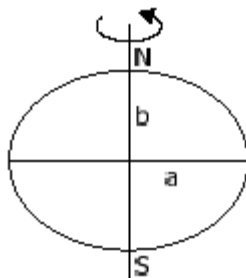
O estudo da posição relativa de duas ou mais esferas e as relações entre as coordenadas geográficas e as coordenadas cartesianas constituem a fundamentação matemática necessária para o entendimento de alguns modernos sistemas de navegação por satélites, em especial do GPS.

A utilização do globo terrestre, com suas conseqüentes questões envolvendo, por exemplo, cálculo de distâncias e ângulos sobre a esfera, ou ainda, a confecção de mapas por meio de diversas projeções, abre caminho para um interessante trabalho interdisciplinar entre a Matemática e a Geografia.

2. Qual é a forma da Terra?

A Terra é redonda, mas não é uma esfera perfeita, uma vez que é achatada nos pólos. Na verdade, a Terra é aproximadamente um elipsóide.

A figura abaixo mostra uma secção da superfície terrestre através de um plano que contém a reta que liga os Pólos Norte e Sul. Esta secção aproxima-se de uma elipse cujo semi-eixo maior a é a metade do diâmetro do Equador e o semi-eixo menor b é a metade da distância entre os pólos.



A razão $\epsilon = (a - b)/b$ chama-se achatamento da Terra.

A tabela seguinte mostra valores dos semi-eixos a e b e do correspondente achatamento da Terra, obtidos por alguns pesquisadores.

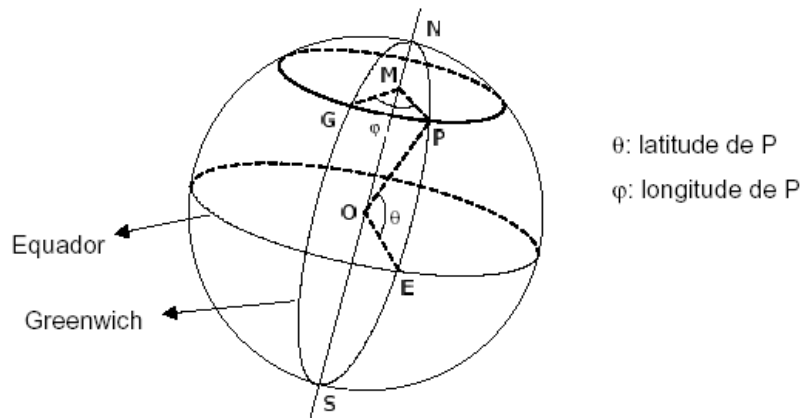
| | a (metros) | b (metros) | ϵ |
|-------------------|--------------|--------------|------------|
| Bessel (1841) | 6.377.397 | 6.356.078 | 0,0033541 |
| Clarke (1880) | 6.378.249 | 6.356.515 | 0,0034191 |
| Helmert (1906) | 6.378.200 | 6.356.940 | 0,0033443 |
| Hayford (1924) | 6.378.388 | 6.356.911 | 0,0033785 |
| Krassovski (1940) | 6.378.245 | 6.356.863 | 0,0033636 |

O valor extremamente pequeno de ϵ nos permite, para efeitos didáticos desprezar esse achatamento e considerar a Terra como se fosse uma esfera.

A superfície da Terra passa a ser considerada daqui por diante como um globo: o globo terrestre. O globo terrestre é ainda o nome do instrumento didático que representa a Terra como uma esfera.

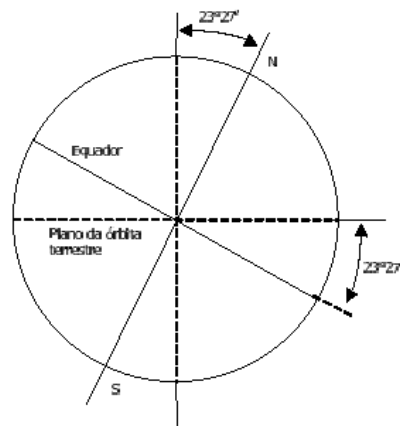
3. As coordenadas geográficas.

Para dar a localização precisa de um ponto no globo utilizamos as chamadas coordenadas geográficas: latitude e longitude.



4. Os movimentos da Terra.

Um fato extremamente importante deve ser observado: em sua translação em torno do Sol, o eixo da Terra não é perpendicular ao plano da eclíptica (plano que contém a órbita terrestre), mas inclinado, sempre na mesma direção, formando um ângulo de $23^{\circ} 27'$ com a perpendicular. Se o eixo da Terra fosse perpendicular ao plano da órbita, durante qualquer dia do ano o Hemisfério Norte receberia a mesma quantidade de luz e calor que o Hemisfério Sul. Mas, como o eixo é inclinado, os dias e as noites não têm a mesma duração em todos os lugares da Terra. Vejamos porque.



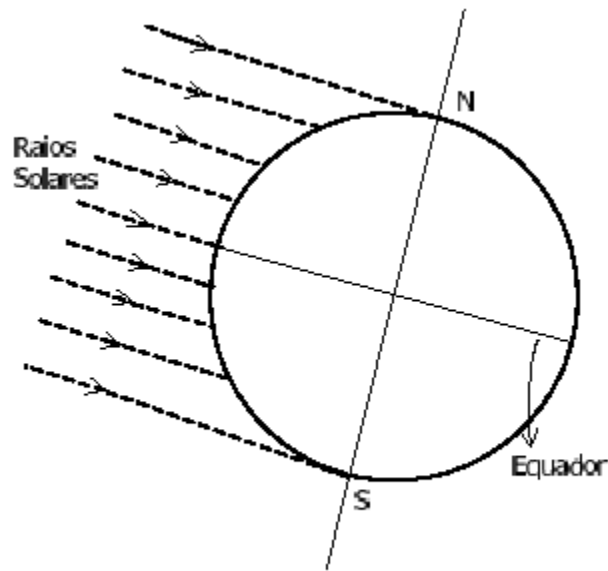
Apenas em duas ocasiões a circunferência máxima que separa a zona iluminada daquela que está no escuro passa rigorosamente pelos pólos. Aproximadamente em 21 de março e em 23 de setembro à noite e o dia duram, em todos os lugares da Terra, cerca de 12 horas cada um: são os equinócios (noites iguais).

Nestas datas a reta imaginária determinada pelos centros da Terra e do Sol corta o globo terrestre num ponto do paralelo de latitude 0° , isto é, os raios solares incidem perpendicularmente sobre a linha do Equador, que recebe então mais calor. Para o norte ou para o sul do Equador, o

calor vai diminuindo em direção aos pólos e os dois hemisférios são igualmente iluminados e aquecidos.

No dia 21 de março começa para nós (no Hemisfério Sul) o outono, enquanto que para os habitantes do Hemisfério Norte é a primavera que tem início.

O dia 23 de setembro marca o começo da primavera no Hemisfério Sul e o do outono no Hemisfério Norte.



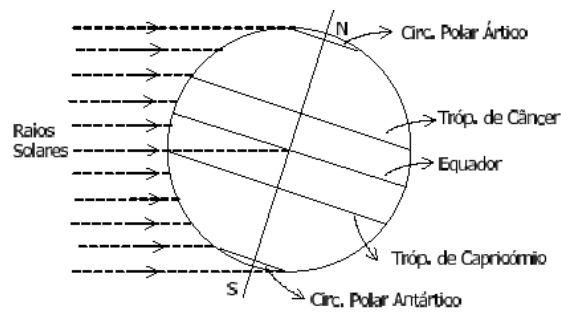
21 de março e 23 de setembro

Vejamos agora o que acontece de setembro a dezembro no Hemisfério Sul, de acordo com o movimento que a Terra faz em torno do Sol.

Durante esta época, os dias vão ficando mais longos e as noites mais curtas, até que, por volta de 21 de dezembro, temos o dia mais longo e a noite mais curta: é o que chamamos de solstício de verão. A Terra inclina o Pólo Sul na direção mais próxima do Sol. Nesse dia, começa no Hemisfério Sul o verão.

Nessa mesma época no Hemisfério Norte a situação se inverte: os dias vão ficando mais curtos e as noites mais longas. A 21 de dezembro, os habitantes daquele hemisfério têm a noite mais longa do ano e o dia mais curto: é o solstício de inverno. Para eles, começa o inverno.

Você já entendeu por que isso acontece? Observe a figura abaixo. Qual hemisfério está mais exposto aos raios solares em 21 de dezembro? Nessa data a reta imaginária determinada pelos centros da Terra e do Sol corta o globo terrestre num ponto do paralelo de latitude $23^{\circ} 27'S$, chamado Trópico de Capricórnio. Assim, no solstício de dezembro, os raios solares incidem perpendicularmente sobre o Trópico de Capricórnio que recebe então mais luz e calor fazendo com que o Hemisfério Sul seja mais iluminado e mais quente que o Hemisfério Norte.



21 de dezembro

Você já percebeu o que acontece nas regiões polares em 21 de dezembro?

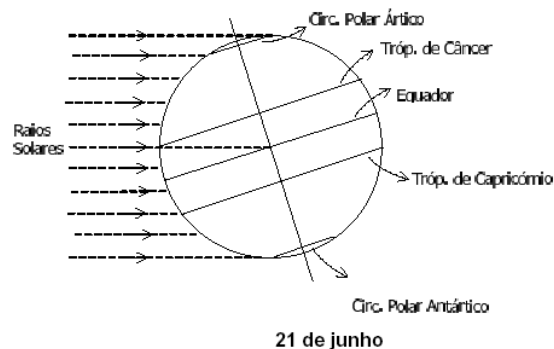
Nesse dia, os raios solares não ultrapassam o limite do paralelo de latitude $66^{\circ} 33'N$ chamado Círculo Polar Ártico. Os pontos situados entre o Círculo Polar Ártico e o Pólo Norte ficam inteiramente no escuro, independentemente da sua longitude. Não há assim dia, e a noite tem duração de 24 horas.

Enquanto isso, no Hemisfério Sul, a zona situada entre o Círculo Polar Antártico, paralelo de latitude $66^{\circ} 33'S$, e o Pólo Sul fica iluminada durante 24 horas.

Não há assim noite, e o dia tem duração de 24 horas.

Vamos agora acompanhar o movimento da Terra de março até junho. Nessa época, o Hemisfério Sul vai ficando cada vez menos exposto aos raios solares, ao contrário do Hemisfério Norte. Assim, no Hemisfério Sul onde moramos, os dias vão ficando mais curtos e as noites mais longas até que, por volta de 21 de junho, temos a noite mais longa do ano: é o nosso solstício de inverno. Nessa data tem início para nós o inverno.

No Hemisfério Norte, a data 21 de junho marca o dia mais longo do ano: é o solstício de verão, ou início do verão. A Terra inclina seu Pólo Norte na direção mais próxima do Sol. A reta imaginária determinada pelos centros da Terra e do Sol corta o globo terrestre num ponto do paralelo de latitude $23^{\circ} 27'N$, chamado Trópico de Câncer. Logo, no solstício de junho, os raios solares incidem perpendicularmente sobre o Trópico de Câncer e o Hemisfério Norte é, portanto, mais iluminado e mais quente que o Hemisfério Sul.

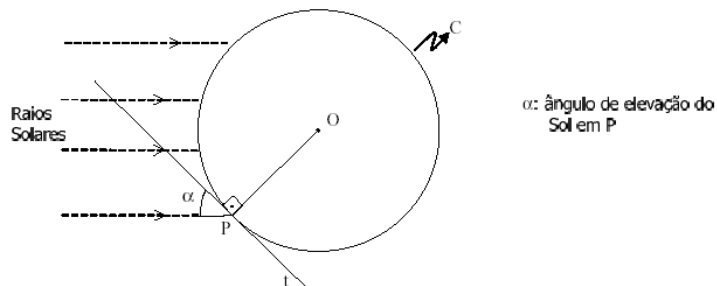


Vejam o que ocorre nas regiões polares nessa época. A zona situada entre o Círculo Polar Antártico e o Pólo Sul não é atingida pelos raios solares e a noite dura 24 horas enquanto a situada entre o Círculo Polar Ártico e o Pólo Norte permanece iluminada durante 24 horas. Não há noite e o dia tem duração de 24 horas.

5. O ângulo de elevação do Sol e a energia solar.

A grande maioria da energia solar nunca alcança a superfície da Terra. Porém, a intensidade de radiação que a alcança varia de acordo com o chamado ângulo de elevação do Sol.

Na figura abaixo, a circunferência C contém o meridiano que passa por uma localidade P do globo terrestre e t é a reta tangente a C em P . O menor ângulo formado pelos raios solares e pela reta t é chamado o ângulo de elevação do Sol ao meio-dia solar em P .



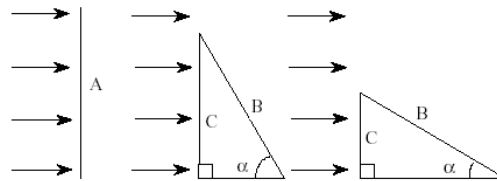
Nesta parte do trabalho, iremos calcular a intensidade relativa solar que alcança a superfície da Terra em diferentes localidades do mundo e em diferentes épocas do ano. Para nossos propósitos, intensidade relativa é definida como a razão da intensidade de radiação solar incidente na superfície pela intensidade de radiação se os raios incidissem perpendicularmente à superfície (ângulo de elevação com medida igual a 90°).

Você já reparou que a luz solar parece mais quente quando o Sol está a pino?

Veremos a seguir que quanto mais próximo de 90° a medida deste ângulo estiver, maior a intensidade da radiação solar.

Na figura abaixo, a ilustração da esquerda mostra a visão lateral quando os raios solares atingem A perpendicularmente à superfície.

A quantidade de energia luminosa recebida pelo papel inclinado é a mesma recebida por C, onde C é paralelo a A. As ilustrações do meio e da direita mostram a quantidade relativamente menor de energia que a folha de papel recebe quando o ângulo α de elevação do Sol é reduzido. Quanto mais o papel é inclinado, menos energia luminosa ele recebe.



A razão entre o comprimento de C e o comprimento de B, que depende do ângulo de elevação e é igual a $\text{sen}\alpha$, nos dá uma medida para a intensidade relativa da luz solar. Se o comprimento de B é tomado como 1, então $\text{sen}\alpha = C/1 = C$. Por exemplo, se o ângulo do papel B mede 90° , isto é, B é perpendicular à direção da luz solar, então $\text{sen}90^\circ = 1$ e a intensidade relativa da luz solar é 1 ou, em porcentagem, 100%. Como $\text{sen}80^\circ \approx 0.9848$, temos que quando o ângulo de elevação mede 80° , o papel recebe aproximadamente 98% da radiação solar disponível.

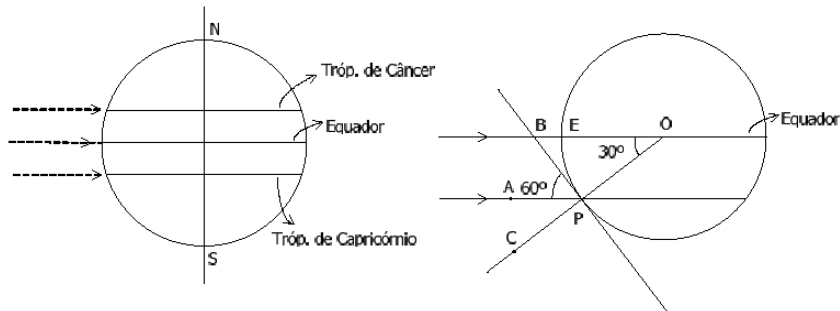
Neste modelo, o pedaço de papel representa uma área da Terra e o ângulo do papel representa o ângulo de elevação do Sol. Quando o Sol se torna visível pela primeira vez de manhã, uma certa área recebe a luz solar sob um ângulo extremamente pequeno e a intensidade relativa da radiação solar é pequena nesta área. Quando é meio-dia a luz solar é inclinada ao mínimo, ou está perto de se tornar vertical. Ao fim do dia, os raios solares incidem na Terra novamente com o menor ângulo possível. Isto explica porquê a luz solar pela manhã ou pela tarde não é tão quente quanto ao meio-dia.

5.1 O ângulo de elevação do Sol nos equinócios.

Vamos calcular a medida desse ângulo ao meio dia solar nos dias de equinócios de primavera e outono. Como vimos anteriormente, nesses dias os raios solares incidem perpendicularmente sobre o Equador. Tomemos, por exemplo, a cidade de Porto Alegre localizada a 30° de latitude sul.

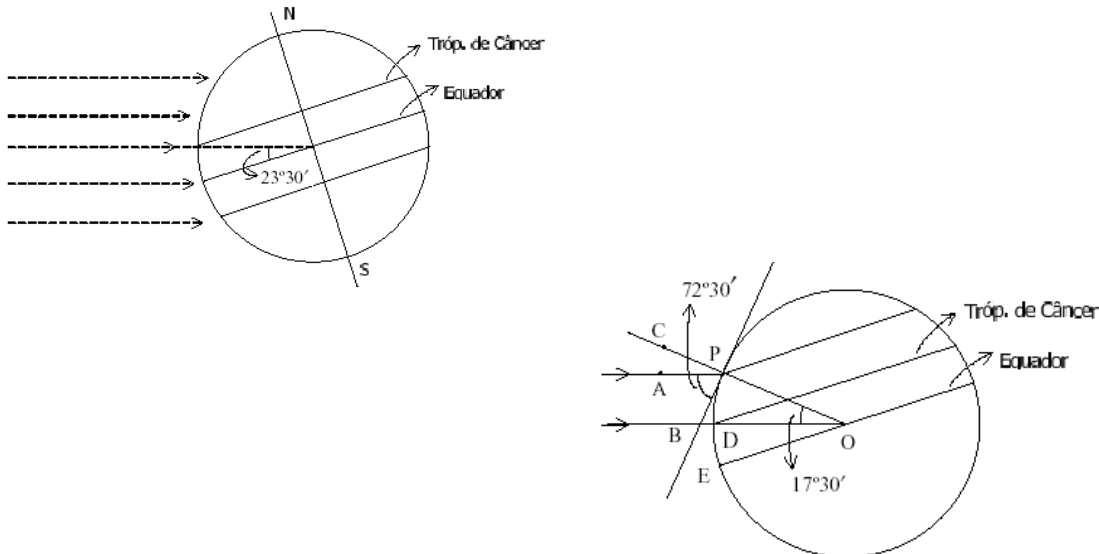
Na figura abaixo, a reta **PB** é tangente a Terra no ponto P, que representa Porto Alegre, O é o centro da Terra e C é um ponto da reta OP com P entre C e O. Como $m(\text{BOP}) = 30^\circ$ temos $m(\text{APC}) = 30^\circ$ (são ângulos correspondentes no contexto de retas paralelas – note que AP e BO são retas paralelas aos raios solares). Logo $m(\text{APB}) = 60^\circ$ uma vez que $m(\text{BPC}) = 90^\circ$.

O ângulo de elevação do Sol ao meio-dia solar mede então 60° durante os equinócios de primavera e outono em Porto Alegre e também em todas as localidades que estão situadas a 30° de latitude sul. Note que o ângulo de elevação do Sol nesses dias e a latitude são ângulos complementares. Para calcular a intensidade relativa da radiação solar encontre $\text{sen } 60^\circ$. Uma calculadora mostrará aproximadamente 0,866, indicando que a intensidade de Sol em Porto Alegre nos dias de equinócios é cerca de 86% da que seria se os raios solares incidissem perpendicularmente à superfície, ou ainda, 86% da intensidade do Sol que atinge o ponto E localizado sobre o Equador e que tem a mesma longitude de Porto Alegre.



5.2 O ângulo de elevação do Sol nos dias de solstício.

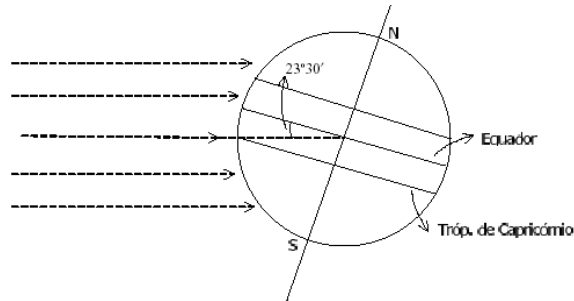
Vamos agora calcular a medida do ângulo de elevação do Sol ao meio-dia solar no dia de solstício de junho. Sabemos que nesse dia os raios solares incidem perpendicularmente sobre o Trópico de Câncer, que está aproximadamente a $23^\circ 30'$ de latitude norte.



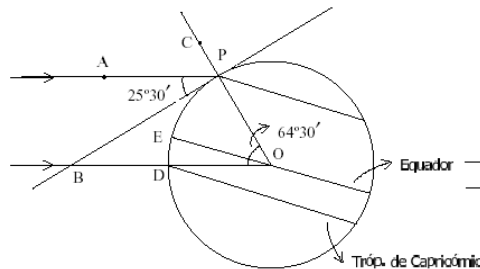
A ilustração na figura acima mostra o ângulo de elevação do Sol em Cleveland (EUA) localizada a 41° de latitude norte. A reta BP é tangente a Terra no ponto P que representa Cleveland, O é o centro da Terra e C é um ponto da reta OP, com P entre C e O. Como AP e OB são retas paralelas aos raios solares temos $m(\text{APC}) = m(\text{BOP}) = m(\text{EOP}) - m(\text{EOB}) = 41^\circ - 23^\circ 30' = 17^\circ 30'$.

Uma vez que o ângulo BPC é reto segue que APB, que é o ângulo de elevação do Sol ao meio-dia solar, tem medida $90^\circ - 17^\circ 30' = 72^\circ 30'$.

Cleveland e outras cidades localizadas a 41° de latitude norte recebem o maior brilho solar direto do ano durante o dia de solstício de junho, quando o ângulo de elevação do Sol mede $72^\circ 30'$ ao meio-dia solar. Para obter a intensidade relativa da radiação solar que atinge Cleveland a esta hora encontre $\text{sen}72^\circ 30'$. A calculadora mostrará aproximadamente 0,9537 indicando que Cleveland recebe cerca de 95% da radiação solar que incidiria se o ângulo fosse de 90° ao meio-dia no solstício de junho, ou ainda, 95% da intensidade do Sol que atinge o ponto D localizado sobre o Trópico de Câncer e que tem a mesma longitude de Cleveland.



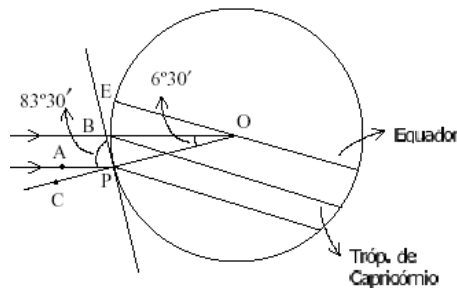
Analogamente podemos calcular a medida do ângulo de elevação do Sol ao meio-dia solar no dia de solstício de dezembro. Nesse dia os raios solares incidem perpendicularmente sobre o Trópico de Capricórnio, que está aproximadamente a $23^{\circ} 30'$ de latitude sul.



A ilustração na figura acima mostra o ângulo de elevação do Sol novamente em Cleveland. A reta BP é tangente a Terra no ponto P que representa Cleveland, P está entre C e O com AP e OB sendo paralelas aos raios solares. Como P está no Hemisfério Norte, $m(\text{BOP}) = m(\text{EOP}) + m(\text{EOB}) = 41^{\circ} + 23^{\circ} 30' = 64^{\circ} 30'$ e, pela congruência de ângulos correspondentes no paralelismo, $m(\text{APC}) = 64^{\circ} 30'$.

Portanto, APB, que é o ângulo de elevação do Sol ao meio-dia solar, tem medida $90^{\circ} - 64^{\circ} 30' = 25^{\circ} 30'$.

Cleveland e outras cidades localizadas a 41° de latitude norte recebem o menor brilho solar direto do ano durante o dia de solstício de dezembro, quando o ângulo de elevação do Sol mede $25^{\circ} 30'$ ao meio-dia solar. Para obter a intensidade relativa da radiação solar que atinge Cleveland a esta hora encontre $\text{sen} 25^{\circ} 30'$. A calculadora mostrará aproximadamente 0,4305 indicando que Cleveland recebe cerca de 43% da radiação solar que incidiria se o ângulo fosse de 90° ao meio-dia no solstício de dezembro, ou ainda, 43% da intensidade do Sol que atinge o ponto D localizado sobre o Trópico de Capricórnio e que tem a mesma longitude de Cleveland.



A ilustração na figura acima mostra o ângulo de elevação do Sol em Porto Alegre. A reta PB é tangente a Terra no ponto P que representa Porto Alegre, P está entre C e O com AP e OB sendo paralelas aos raios solares. Como P está no Hemisfério Sul, a medida do ângulo

$m(\text{BOP})=m(\text{EOP}) - m(\text{EOB}) = 30^\circ - 23^\circ 30' = 6^\circ 30'$ e, pela congruência de ângulos correspondentes no paralelismo, $m(\text{APC}) = 6^\circ 30'$.

Portanto, APB , que é o ângulo de elevação do Sol ao meio-dia solar, tem medida igual a $90^\circ - 6^\circ 30' = 83^\circ 30'$.

Porto Alegre e outras cidades localizadas a 30° de latitude sul recebem o maior brilho solar direto do ano durante o dia de solstício de dezembro, quando o ângulo de elevação do Sol mede $83^\circ 30'$ ao meio-dia solar. Para obter a intensidade relativa da radiação solar que atinge Porto Alegre a esta hora encontre $\text{sen}83^\circ 30'$. A calculadora mostrará aproximadamente 0.9935 indicando que Porto Alegre recebe cerca de 99% da radiação solar que incidiria se o ângulo fosse de 90° ao meio-dia no solstício de dezembro, isto é, 99% da intensidade do Sol que atinge o ponto localizado sobre Trópico de Capricórnio e que tem a mesma longitude de Porto Alegre.

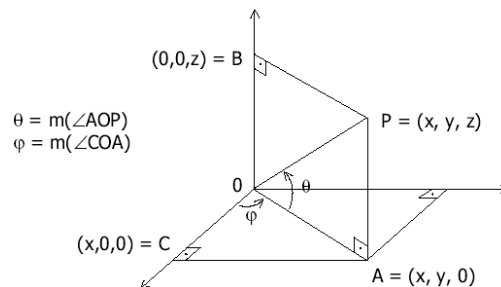
6. A SUPERFÍCIE ESFÉRICA EM COORDENADAS CARTESIANAS

O resultado a seguir desempenhará um papel importante no próximo parágrafo onde discutiremos a fundamentação matemática do funcionamento do GPS.

Teorema 9.1. Se quatro superfícies esféricas se intersectam e seus centros são não coplanares então essa intersecção consiste de um único ponto.

Considerando um sistema ortogonal de coordenadas positivas com origem O no centro da terra, o eixo Oz positivo apontando na direção do Pólo Norte N , o plano Oxy sendo o plano do Equador com o eixo Ox positivo cortando o meridiano de Greenwich e o eixo Oy positivo cortando o meridiano de longitude $90^\circ E$.

Dado um ponto $P = (x,y,z)$ do espaço, sejam θ e φ os ângulos assinalados na figura abaixo.



Quando P está sobre a superfície terrestre os ângulos θ e φ acima indicados correspondem exatamente à latitude e longitude do ponto P como anteriormente definidos.

Para referência futura repetimos no quadro abaixo as relações entre as coordenadas geográficas e as coordenadas cartesianas.

$$\begin{aligned} x &= r \cos\theta \cos\varphi \\ y &= r \cos\theta \text{sen}\varphi \\ z &= r \text{sen}\theta \end{aligned}$$

7. A MATEMÁTICA DO GPS

A sigla GPS nada mais é do que a abreviatura para **Global Positioning System**. Trata-se de uma constelação de vinte e quatro satélites, orbitando em torno da Terra a uma altura aproximada de 20.200 km acima do nível do mar, permitindo a receptores determinar a sua posição em qualquer lugar sobre a Terra com uma notável precisão.

O projeto foi iniciado em 1973 pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos com o propósito de que aeronaves e navios militares pudessem determinar em qualquer circunstância de

tempo, sua posição exata. Ajuda no lançamento de mísseis e a localização de tropas terrestre em movimento foi outra necessidade que motivou tal projeto.

Os projetistas do GPS também o planejaram para uso civil, porém, com precisão menor do que para as operações militares.

O sistema NAVSTAR (abreviatura para **N**avigation **S**atellite **T**iming and **R**anging), nome oficial dado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos ao GPS, consiste de um segmento espacial (os satélites), um segmento de controle (as estações terrestres de gerenciamento) e um segmento do usuário.



Os vinte e quatro satélites que formam o segmento espacial do GPS trafegam em torno da Terra em seis órbitas estáveis e pré-determinadas com quatro satélites em cada órbita. Os satélites percorrem uma órbita completa a cada 12 horas e cada satélite tem 28° de visualização sobre a Terra. Isso assegura com que todo ponto da superfície terrestre, em qualquer instante, esteja visualizado por pelo menos quatro satélites.



Afinal, de que maneira o GPS determina a localização de um ponto sobre a superfície terrestre?

Cada um dos satélites do GPS transmite por rádio um padrão fixado que é recebido por um receptor na Terra (segmento do usuário) funcionando como um cronômetro extremamente acurado. O receptor mede a diferença entre o tempo que o padrão é recebido e o tempo que foi emitido. Esta diferença, não mais do que um décimo de segundo, permite que o receptor calcule a distância ao satélite emissor multiplicando-se a velocidade do sinal (aproximadamente $2,99792458 \cdot 10^8$ m/s – a velocidade da luz) pelo tempo que o sinal de rádio levou do satélite ao receptor.

Essa informação localiza uma pessoa sobre uma imaginária superfície esférica com centro no satélite e raio igual à distância acima calculada.

Cada satélite é programado para emitir o que se chama efeméride, que informa a sua posição exata, naquele instante, em relação a um sistema ortogonal de coordenadas como o descrito na seção anterior. Tal posição é permanentemente rastreada e conferida pelas estações terrestres de gerenciamento. A unidade receptora processa esses sinais. Com a posição do satélite e a distância acima calculada obtém-se a equação geral da superfície esférica imaginária.

Coletando-se sinais emitidos por quatro satélites, o receptor determina a posição do usuário calculando-a como intersecção das quatro superfícies esféricas obtidas. A localização é dada, não

em coordenadas cartesianas, mas por meio das coordenadas geográficas (latitude, longitude) e a elevação.

A precisão do tempo é essencial na operação do GPS. Um erro de um micro segundo (10-6 segundos) no registro do lapso de tempo desde a transmissão até a sua recepção resulta num erro de 300 metros. Unidades receptoras do GPS extremamente precisas (e caras!) podem determinar sua posição a menos de um metro.

Com o fim da guerra fria, o sistema GPS passou a oferecer uma precisão muito maior para o usuário civil, disponibilizando a ele a mesma precisão que só os militares tinham a algum tempo atrás. Hoje em dia, com auxílio do piloto automático e do GPS, uma aeronave civil é capaz de percorrer distâncias transatlânticas e pousar sem a interferência do piloto com erro de alguns centímetros com o eixo da pista.

8. A DISTÂNCIA NUMA SUPERFÍCIE ESFÉRICA

A distância $d(A, B)$ entre dois pontos A e B é, essencialmente, o menor dos comprimentos das trajetórias ligando A a B, é razoável esperar que a distância

(em S) entre dois pontos A e B seja o comprimento do arco menor AB da circunferência máxima que passa por A e B.

O cálculo desse comprimento pode ser feito a partir do conhecimento da medida α do ângulo AOB onde O é o centro da superfície esférica S. Como o comprimento do arco é proporcional à medida do ângulo central correspondente, uma regra de três simples nos dá o valor procurado.

$$\begin{array}{l} \text{Sendo } r \text{ o raio da superfície esférica temos: } 360^\circ \text{ ----- } 2\pi r \\ \alpha^\circ \text{ ----- } d(A,B) \end{array}$$

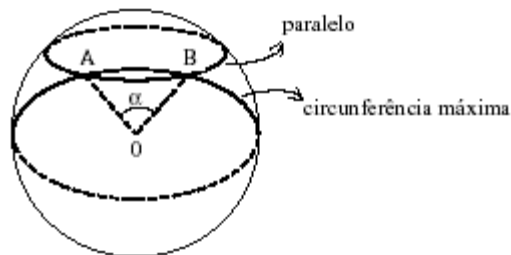
de modo que $d(A,B) = (\alpha / 360)(2\pi)r$.

Todos os meridianos estão contidos em circunferências máximas enquanto que, entre os paralelos, apenas o Equador é uma circunferência máxima. Logo quando A e B possuem a mesma longitude, a diferença entre as latitudes pode ser usada para achar a medida α . Analogamente quando A e B estão sobre o Equador é a diferença entre as longitudes que nos permite calcular α . Vejamos como.

As cidades de Curitiba e Goiânia estão sobre o mesmo meridiano (49°W) e suas latitudes são 26°S e 17°S , respectivamente. Estão assim separadas por 9° de latitude e, tomando o raio da Terra como 6400 km, segue que a distância entre elas é dada por $(9 / 360)(2\pi)6400 \approx 1005$ km.

As cidades de Quito, no Equador, e Entebbe, em Uganda, estão ambas sobre o Equador. A longitude de Quito é 79°W enquanto que a de Entebbe é 32°E . Logo a diferença entre suas longitudes é de 111° de modo que a distância entre elas é igual a $(111 / 360)(2\pi)6400 \approx 12399$ km.

Quando duas cidades A e B estão sobre um mesmo paralelo, que não seja o Equador, o caminho mais curto possível entre elas, ao contrário do que diz nossa intuição, **não é** o comprimento do arco menor AB daquele paralelo e sim o comprimento do arco menor AB da circunferência máxima que passa por A e B.



Bibliografia:

1 – A geometria do globo terrestre - Sérgio Alves - IME/USP.

Índice

- 1.Introdução**
- 2.Qual é a forma da Terra?**
- 3.As coordenadas Geográficas**
- 4.Os movimentos da Terra**
- 5.O ângulo de elevação do sol e qa energia solar**
 - 5.1.O ângulo de elevação do sol nos equinócios**
 - 5.2.O ângulo de elevação nos dias de solstício**
- 6.A superfície esférica em coordenadas cartesianas**
- 7.A matemática do GPS**
- 8.A distância numa superfície esférica**

A Geometria no Globo Terrestre



MA241- Geometria Descritiva e Desenho Geométrico

Eliane Quelho Frota Rezende

**Kauan Pastini Paula Leite RA:062036
Reinaldo Yoshiyuki Hojo RA:064019
Rene de Castro Moreira RA:064120**