FLUXOS DE CAIXAS

CONSIDERAMOS O SEGUINTE VALOR PRINCIPAL

$$V = F_0 + \frac{F_1}{1+i} + \frac{F_2}{(1+i)^2} + \frac{F_3}{(1+i)^3}$$

NUMA APLICAÇÃO, QUE RENDE UM JURO COMPOSTO i EM 3 PERÍODOS

TEREMOS

TEMPO	
0	V
1	$V(1+i)$
2	$V(1+i)^2$
3	$V(1+i)^3$

AGORA VAMOS CONSIDERAR O CASO QUE EM CADA UNIDADE TEMPORAL RETIRAMOS UMA QUANTIDADE

$t=0 \quad F_0 \qquad t=1 \quad F_1 \qquad t=2 \quad F_2 \qquad t=3 \quad F_3$

$t=0 \qquad V - F_0$

$t=1 \qquad (V-F_0)(1+i) - F_1$

$t=2 \qquad (V-F_0)(1+i)^2 - F_1(1+i) - F_2$

$t=3 \qquad (V-F_0)(1+i)^3 - F_1(1+i)^2 - F_2(1+i) - F_3$

VAMOS CALCULAR O RESULTADO FINA

$$\left[\frac{F_1}{1+i} + \frac{F_2}{(1+i)^2} + \frac{F_3}{(1+i)^3}\right](1+i)^3 - F_1(1+i)^2 - F_2(1+i) - F_3$$

$$F_1(1+i)^2 + F_2(1+i) + F_3 - F_1(1+i)^2 - F_2(1+i) - F_3 = 0$$

$$V = F_0 + \frac{F_1}{1+i} + \frac{F_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{F_n}{(1+i)^n}$$

É O VALOR ATUAL O PRESENTE DE UM FLUXO DE CAIXA

VAMOS VER UM EXEMPLO:

Prof. Stefano De Leo
Department of Applied Mathematics
State University of Campinas
www.ime.unicamp.br/~deleo
UNICAMP

UMA LOJA VENDE UM PRODUTO NAS SEGUINTES CONDIÇÕES: UMA PARCELA DE 120 REAIS DE ENTRADA MAIS 3 PARCELAS DE 80 REAIS NO FINAL DE 30, 60 E 90 DIAS. QUAL O VALOR A VISTA DO PRODUTO SE A TAXA DE JUROS COMPOSTA COBRADA É DE 6% AO MÊS?

$F_0 = 120 \qquad F_1 = F_2 = F_3 = 80 \qquad i = 0.06$

$$V = 120 + \frac{80}{1.06} + \frac{80}{(1.06)^2} + \frac{80}{(1.06)^3}$$
$$= 333.84$$

CONTROLANDO O RESULTADO

$333.84 - 120 = 213.84$	tempo 0
$213.84 \; 1.06 - 80 = 146.67$	tempo 1
$146.67 \; 1.06 - 80 = 75.47$	tempo 2
$75.47 \; 1.06 - 80 = 0.00$ [−0.001]	tempo 3

VALOR A VISTA COM TAXA DE JUROS DE 6% AO MÊS É ENTÃO 333.84

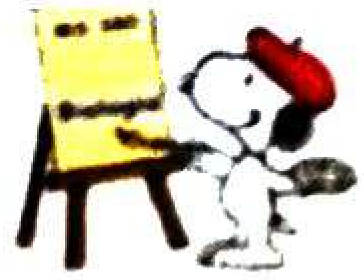
UMA PESSOA DESEJA TROCAR 2 TÍTULOS DE VALOR NOMINAL DE 10000 REAIS E 12000 REAIS COM VENCIMENTO EM 2 E 6 MESES POR UM ÚNICO TÍTULO VENCÍVEL EM 4 MESES. SENDO A TAXA DE JUROS COMPOSTOS IGUAL A 10% AO MÊS, QUAL O VALOR DO NOVO TÍTULO?

$F_2 = 10000 \;,\; F_6 = 12000 \qquad i = 10\%$

$$\frac{F_2}{(1+i)^2} + \frac{F_6}{(1+i)^6} = \frac{F_4}{(1+i)^4}$$

$$F_4 = F_2 (1+i)^2 + F_6 (1+i)^{-2}$$
$$= 10000 \; 1.1^2 + 12000 \; 1.1^{-2} = 22017.4$$

UNICAMP
Prof. Stefano De Leo
Department of Applied Mathematics
State University of Campinas
www.ime.unicamp.br/~deleo



UM EMPREENDIMENTO EXIGE INVESTIMENTO DE 20000 REAIS E PROPORCIONA RETORNOS DE 5000 NO FINAL DO PRIMEIRO ANO, 12000 AO FINAL DO SEGUNDO ANO E 8000 NO FINAL DO TERCEIRO ANO

QUAL A TAXA INTERNA DE RETORNO DESSE INVESTIMENTO?

$$F_0 = -20000 \qquad F_1 = 5000$$
$$F_2 = 12000$$
$$F_3 = 8000$$

$$-20000 + \frac{5000}{1+i} + \frac{12000}{(1+i)^2} + \frac{8000}{(1+i)^3} = 0$$

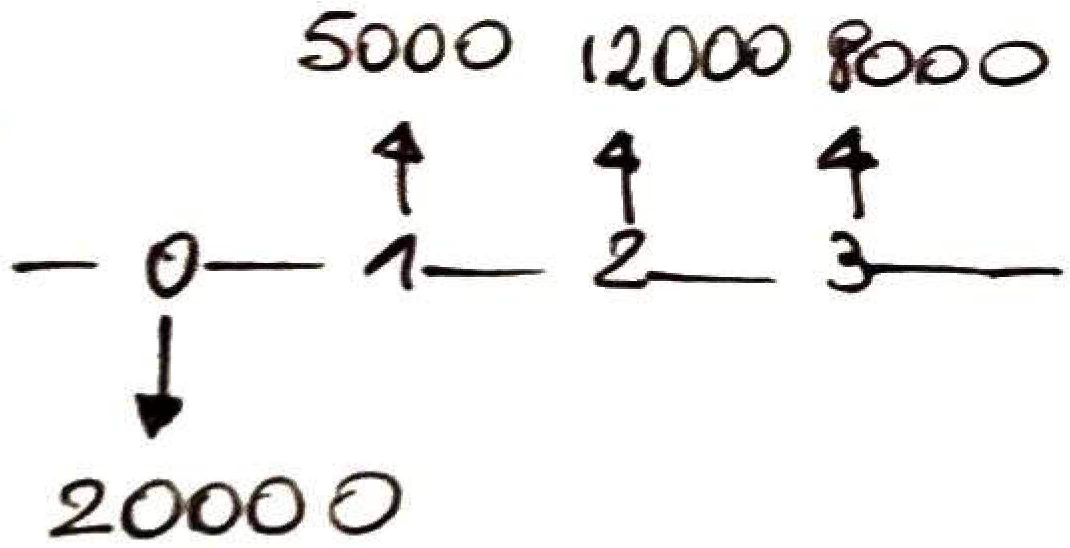
$$1+i = q \qquad \frac{5\cancel{000}}{q} + \frac{12\cancel{000}}{q^2} + \frac{8\cancel{000}}{q^3} = 20\cancel{000}$$

MULTIPLICANDO PARA q^3 OBTEREMOS UMA EQUAÇÃO CÚBICA

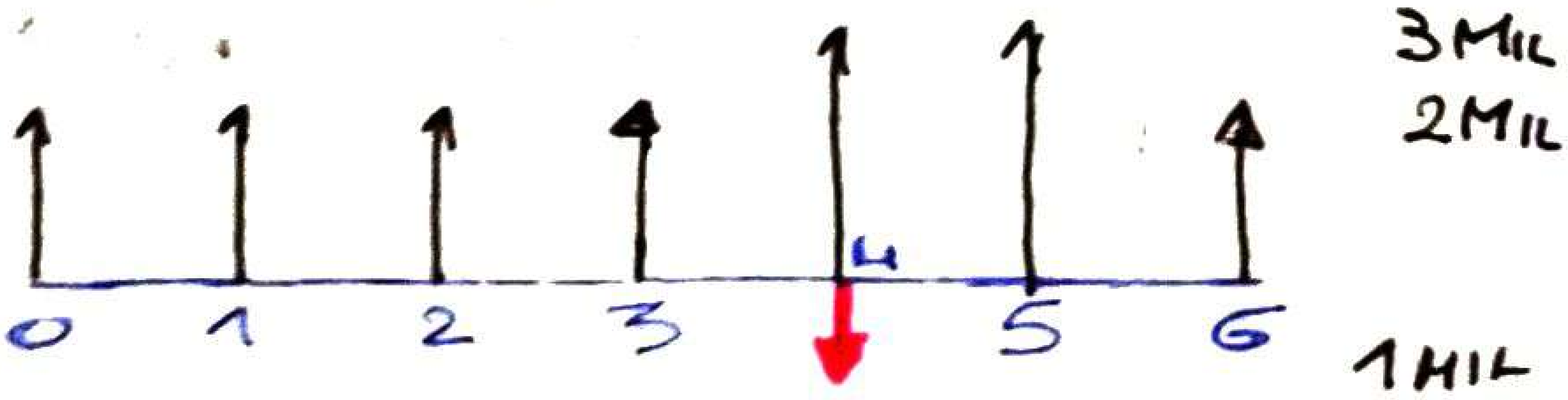
$$\boxed{20q^3 = 5q^2 + 12q + 8} \qquad q = 1.1125$$

$$i = 11.25\%$$

DIAGRAMA



- RESOLVEREMOS AGORA O PROBLEMA DE FLUXO DE CAIXA PARA ESSE DIAGRAMA

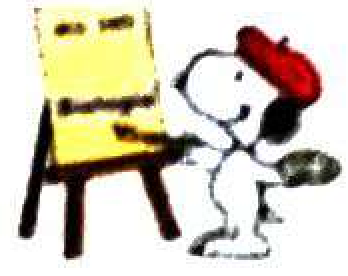


$$i = 10.5\%$$

$$2000 + \frac{2000}{1.105} + \frac{2000}{1.105^2} + \frac{2000}{1.105^3} + \frac{3000-1000}{1.105^4} + \frac{3000}{1.105^5} + \frac{2000}{1.105^6}$$

$$\boxed{11191.36}$$

Prof. Stefano De Leo
Department of Applied Mathematics
State University of Campinas
www.ime.unicamp.br/~deleo
UNICAMP



PENSAMOS AGORA EM UM EMPREENDIMENTO NO QUAL O INVESTIMENTO INICIAL P E OS RETORNOS PERIODICOS SEJAM n E CADA UM DE VALOR R. SABENDO QUE A TAXA DE JUROS CORRENTE É i DETERMINE A FORMULA QUE LIGA AS DIFERENTES QUANTIDADES

$$-P+\frac{R}{1+i}+\frac{R}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{R}{(1+i)^n}=0$$

$$\frac{P}{R}=\frac{1}{1+i}+\frac{1}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{1}{(1+i)^n}$$

SEJA $q=\dfrac{1}{1+i}$

$$\frac{P}{R}=q+q^2+\cdots+q^n$$

$$=q\,(1+q+\cdots+q^{n-1})$$

$$=q\,\frac{1-q^n}{1-q}=\frac{1}{1+i}\,\frac{1-\frac{1}{(1+i)^n}}{1-\frac{1}{1+i}}$$

$$=\frac{1}{\cancel{1+i}}\,\frac{1-\frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{i}{\cancel{1+i}}}$$

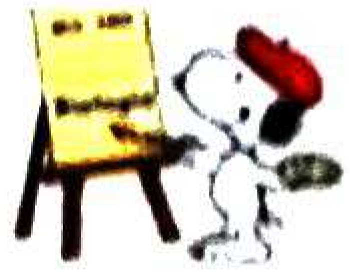
$$\boxed{\frac{P}{R}=\frac{1-\frac{1}{(1+i)^n}}{i}}$$

QUANTO DEVERIA SER O INVESTIMENTO INICIAL PARA TER UMA RENDA ANUAL DE 12000 REAIS PARA 20 ANOS SABENDO QUE A TAXA DE JUROS CORRENTE É DE 10%?

$$P=\left[\frac{1-\frac{1}{(1+\frac{10}{100})^{20}}}{10/100}\right]12000=\left(1-\frac{1}{1.1^{20}}\right)120\,000$$

$$=102\,162.765\sim 102\,163$$

UNICAMP
Prof. Stefano De Leo
Department of Applied Mathematics
State University of Campinas
www.ime.unicamp.br/~deleo



UM EMPREENDIMENTO EXIGE INVESTIMENTOS INICIAIS DE 50000 REAIS PROPORCIONANDO RETORNOS EM CADA UM DOS 4 MESES SEGUINTES DE 15773.54

QUAL A TAXA INTERNA DE RETORNO?

$P = 50000 \qquad R = 15773.54 \qquad n = 4$

$$\frac{50000}{15773.54} = \frac{1-\frac{1}{(1+i)^4}}{i} \qquad i = ?$$

$$3.17 \sim \frac{1-\frac{1}{(1+i)^4}}{i}$$

	$\frac{1-\frac{1}{(1+i)^4}}{i}$
$i=5\%$	3.55
7%	3.39
9%	3.24
11%	3.10
10%	3.17 ✓

CONTROLAMOS A SOLUÇÃO

t	
0	50000
1	55000 − 15773.54
	39226.46
2	43149.11 − 15773.54
	27375.57
3	30113.13 − 15773.54
	14339.59
4	15773.55 − 15773.54

0.01 1 CENTAVO DEVIDO AS APROXIMAÇÕES ENTÃO OK!

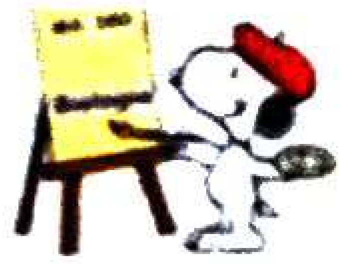
A FÓRMULA $iP/R = 1 - \frac{1}{(1+i)^n}$ É MUITO ÚTIL QUANDO QUEREMOS COMPARAR ALTERNATIVAS DE INVESTIMENTO

UM INVESTIDOR DISPÕE DE UM CAPITAL DE 150000 REAIS PODENDO APLICÁ-LO NUM EMPREENDIMENTO QUE LHE PROPORCIONARÁ RENDIMENTOS DE

1) 15500 EM CADA UM DOS PRÓXIMOS 12 MESES

2) 48000 EM 4 PARCELAS TRIMESTRAIS

Prof. Stefano De Leo
Department of Applied Mathematics
State University of Campinas
www.ime.unicamp.br/~deleo
UNICAMP



CONSIDERANDO UMA TAXA DE ATRATIVIDADE DE 3% AO MÊS DETERMINAREMOS A ALTERNATIVA MELHOR PARA O INVESTIDOR

* * * * * * * * * * * * * *

PODEMOS INVERTER O PROBLEMA E USAR A FÓRMULA APRESENTADA NESTA AULA E PERGUNTAR QUAL SERIA O VALOR DE ENTRADA QUE LEVARIA, CONSIDERANDO $i = 3\%$, A

1) RENDITA MENSAL NO PRIMEIRO ANO DE 15500

2) RENDITA TRIMESTRAL NO PRIMEIRO ANO DE 48000

* * * * * * * * * * * * * * *

CLARAMENTE O SEGUNDO INVESTIMENTO É MELHOR EM QUANTO O INVESTIDOR RECEBE NO FINAL
$48\,000 \times 4 = 192\,000$ REAIS CONTRA
$15\,500 \times 12 = 186\,000$

MAS QUANTIFICAREMOS ISSO DE FORMA DIFERENTE USANDO A FÓRMULA INTRODUZIDA NESTA AULA

$$P_1 = \frac{1 - \frac{1}{1.03^{12}}}{3/100}\, 15500 \overset{!}{=} \boxed{154\,287}$$

$(1.03)^3$ PARA O CASO DE CAPITALIZAÇÃO TRIMESTRAL ENTÃO TEREMOS

$$P_2 = \frac{1 - \frac{1}{[(1.03)^3]^4}}{(1.03)^3 - 1}\, 48000$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{1.03^{12}}}{(1.03)^3 - 1}\, 48000 \overset{!}{=} \boxed{154\,580}$$

$$\sim \frac{1 - \frac{1}{1.03^{12}}}{\frac{9.27}{100}}\, 48000 = 154625$$

$9.2727 \rightarrow 9.27$
CUIDADO COM AS APROXIMAÇÕES

UNICAMP
Prof. Stefano De Leo
Department of Applied Mathematics
State University of Campinas
www.ime.unicamp.br/~deleo