

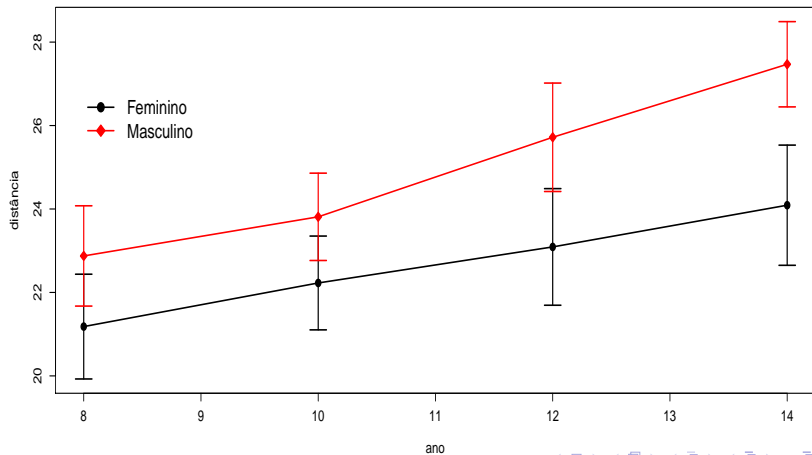
# Modelos lineares mistos: parte 3

Prof. Caio Azevedo

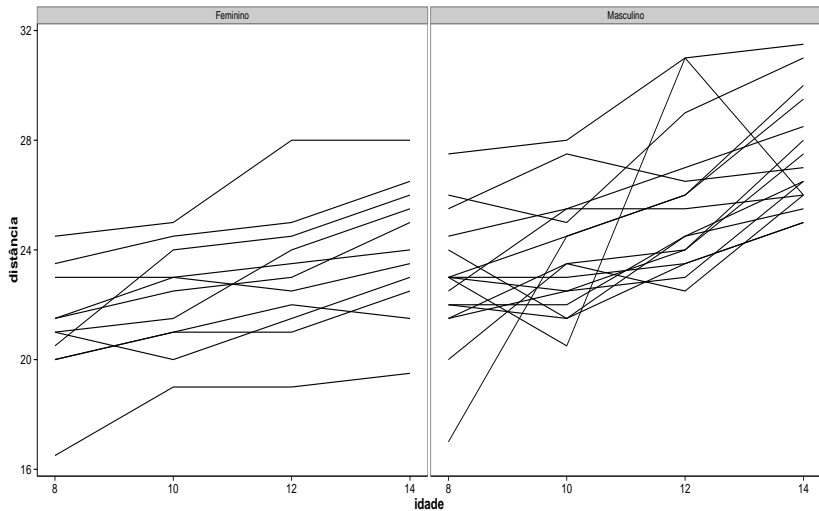
## Voltando ao Exemplo 2: dados de Potthoff and Roy

- Este conjunto de dados corresponde aos famosos dados de Potthoff-Roy, usado para demonstrar a utilização da MANOVA em dados de medidas repetidas (comparação entre grupos, embora comparação entre variáveis seja possível).
- O estudo considerou 16 meninos e 11 meninas, nos quais, nas idades 8, 10, 12 e 14 anos tiveram a distância (mm) do centro da glândula pituitária para a fissura pterigomaxilar medidas.

# Perfis médios



# Perfis individuais



## Modelagem para os dados do Exemplo 2

$$Y_{ijk} = \mu_{ijk} + \xi_{ijk},$$

$j = 1, 2, \dots, n_{ik}$ , (indivíduo),  $i = 1, 2, 3, 4$  (ano (condição de avaliação)),

$k = 1, 2$  (gênero - 1: feminino, 2: masculino),  $n_{i1} = 11$ ;  $n_{i2} = 16$ ,  $\forall i$

- (1)  $\mu_{ijk} = \beta_0 + \alpha_k + (\beta_1 + \gamma_k)(x_{ijk} - 8) + b_{jk}$ ; (2)

$$\mu_{ijk} = \beta_0 + \alpha_k + (\beta_1 + \gamma_k)(x_{ijk} - 8) + b_{1jk} + b_{2jk}x_{ijk}.$$

- (1) :  $\mathcal{V}(Y_{ijk}) = \sigma^2$  (homocedástico); (2)  $\mathcal{V}(Y_{ijk}) = \sigma_i^2 = \sigma^2 \delta_k^2$ ,  $\delta_1 \equiv 1$  (heterocedástico).

- $\text{Corre}(Y_{ijk}, Y_{i'jk})$ : Uniforme.

- Defina:  $\mathbf{b}_{jk} = b_{1jk}$  ou  $(\mathbf{b}_{jk} = (b_{1jk}, b_{2jk}))$ ;  $b_{1jk} \stackrel{i.i.d}{\sim} N_1(0, \psi_1)$ , ou

$$(b_{1jk}, b_{2jk}) \stackrel{i.i.d}{\sim} N_2(\mathbf{0}, \Psi), \Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_0 \\ \psi_0 & \psi_2 \end{bmatrix}.$$

## Modelagem para os dados do Exemplo 2 (cont.)

- (Esperança marginal):  $E(Y_{ijk})$ .
- $E(Y_{ijk}|x_{ijk} = 8) = \beta_0$ : é a distância esperada marginal no oitavo ano de vida para indivíduos do gênero feminino.
- $\alpha_2$  é o incremento na distância esperada marginal no oitavo ano de vida para indivíduos do gênero masculino em relação aos do gênero feminino.
- $\beta_1$  : é o incremento na distância esperada marginal no intervalo de um ano para indivíduos do gênero feminino.
- $\gamma_2$  : é o incremento na distância esperada marginal no intervalo de um ano para indivíduos do gênero masculino em relação ao incremento para indivíduos do gênero feminino.

# Modelos

Modelo	Variância	Correlação	Efeitos aleatórios
HUI	Homocedástico	U	intercepto
HUICA	Homocedástico	U	intercepto, coeficiente angular
HEUI	Heterocedástico	U	intercepto
HEUICA	Heterocedástico	U	intercepto, coeficiente angular

# Modelos

Modelo	AIC	BIC
HUI	447,76	466,27
HUICA	450,58	474,38
<b>HEUI</b>	<b>430,91</b>	<b>452,06</b>
HEUICA	431,29	457,73

O MMM selecionado foi HEARMA11 (mesmo modelo mas sem os efeitos aleatórios): AIC= 436,19; BIC=454,70.



## Estimativas dos parâmetros (modelo completo)

Parâmetro	Estimativa	EP	IC(95%)	Estatística	p-valor
$\beta_0$	21,21	0,61	[20,00 ; 22,42]	34,94	< 0,0001
$\alpha_2$	1,41	0,83	[-0,30 ; 3,11]	1,70	0,0890
$\beta_1$	0,48	0,05	[0,37 ; 0,58]	9,12	< 0,0001
$\gamma_2$	0,30	0,11	[0,09 ; 0,52]	2,83	0,00046

Ajustar um modelo reduzido (U com heterocedasticidade (2)) sem o parâmetro  $\alpha_2$ , ou seja:

$$Y_{ijk} = \beta_0 + (\beta_1 + \gamma_k)(x_{ijk} - 8) + \xi_{ijk} + b_{1jk} + \xi_{ijk},$$

# Estimativas dos parâmetros

## MLM

Parâmetro	Estimativa	EP	IC(95%)	Estatística	p-valor
$\beta_0$	21,97	0,42	[21,13 ; 22,81]	51,93	< 0,0001
$\beta_1$	0,46	0,05	[0,36 ; 0,57 ]	8,96	< 0,0001
$\gamma_2$	0,37	0,10	[0,17 ; 0,57]	3,74	0,0002

## MMM

Parâmetro	Estimativa	EP	IC(95%)	Estatística	p-valor
$\beta_0$	21,67	0,42	[20,83 ; 22,51]	51,14	< 0,0001
$\beta_1$	0,46	0,06	[0,34 ; 0,58]	7,79	< 0,0001
$\gamma_2$	0,36	0,10	[0,17 ; 0,56]	3,66	< 0,0001

# Estimativas dos parâmetros

## MLM

Parâmetro	Estimativa	IC(95%)
$\sigma^2$	0,46	[0,28 ; 0,75]
$\delta$	2,15	[1,57 ; 2,96]
$\psi_1$	4,02	[2,31 ; 6,98 ]

## MMM

Parâmetro	Estimativa	IC(95%)
$\sigma^2$	3,17	[1,92 ; 5,23 ]
$\delta$	1,74	[1,29 ; 2,34 ]

# Estimativas dos parâmetros

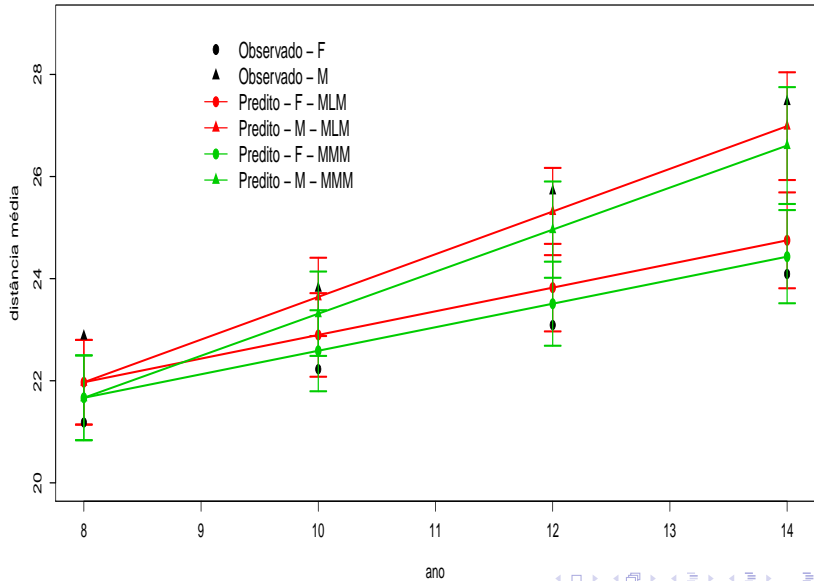
MLM

Parâmetro	Estimativa	IC(95%)
$\rho$	-0,33	[-0,33 ; .]

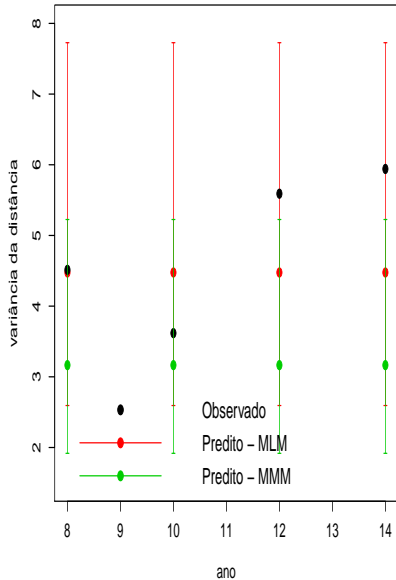
OBS: Lembre-se de que, neste caso  $Cov(\mathbf{Y}_j) = \sigma^2(\mathbf{Z}_j\mathbf{D}\mathbf{Z}_j' + \mathbf{\Lambda}_j\mathbf{R}_j\mathbf{\Lambda}_j)$

MMM

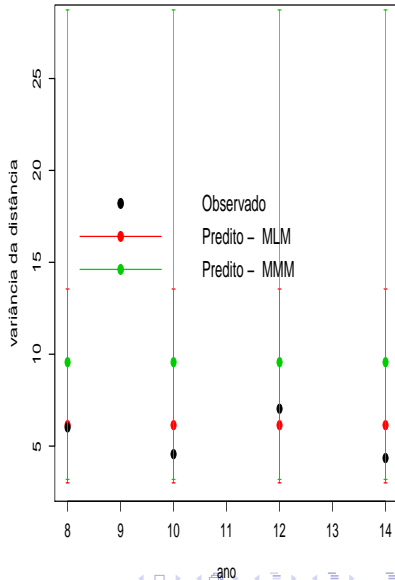
Parâmetro	Estimativa	IC(95%)
$\rho$	0,75	[0,58 ; 0,86]

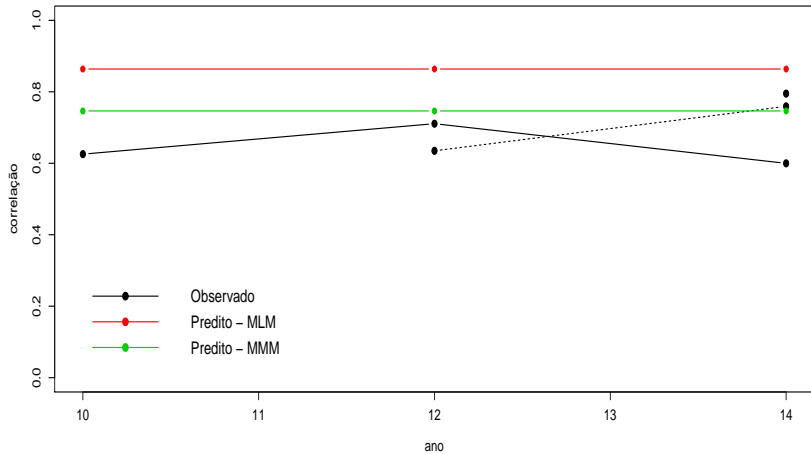


### Feminino

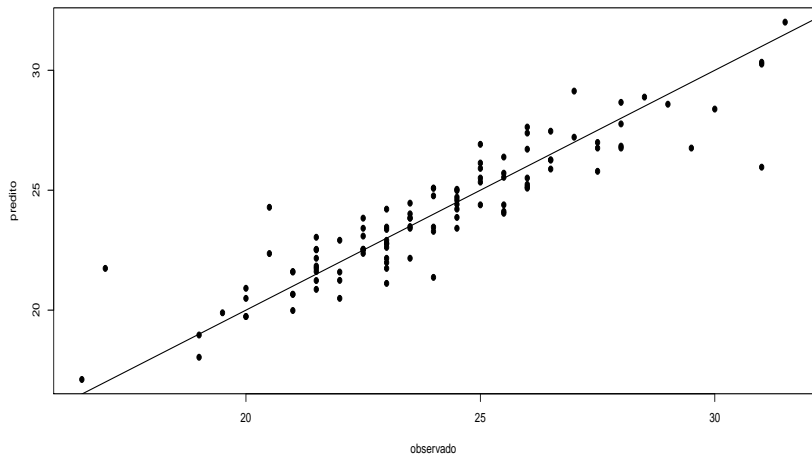


### Masculino



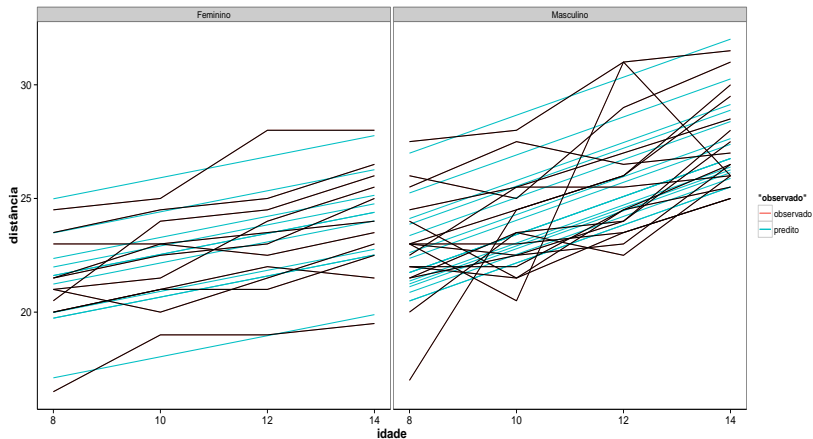


Valores individuais preditos:  $\widehat{Y}b_j = \mathbf{X}_j\widehat{\beta} + \mathbf{Z}_j\widehat{b}_j$

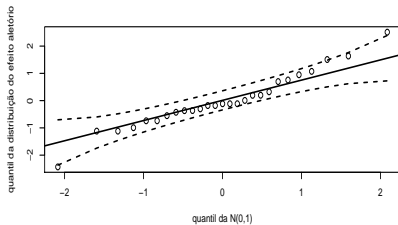
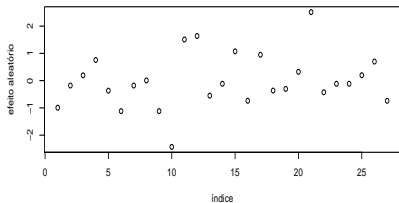
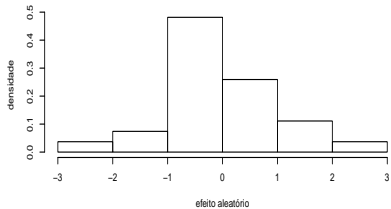
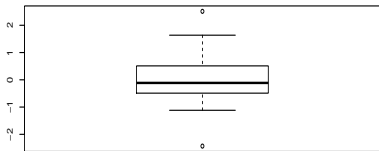




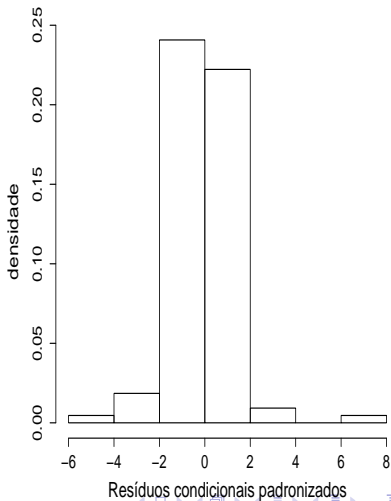
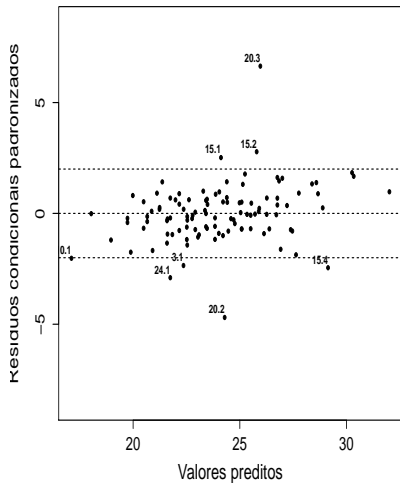
# Perfis individuais preditos e observados



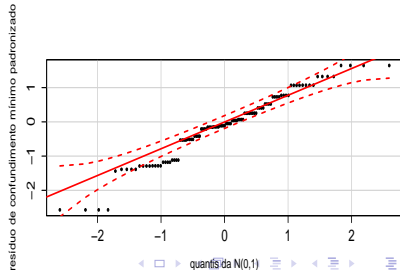
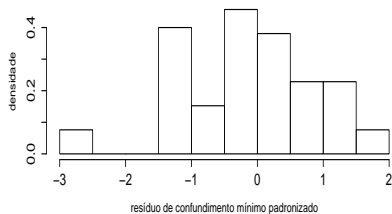
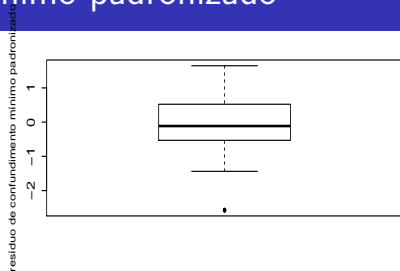
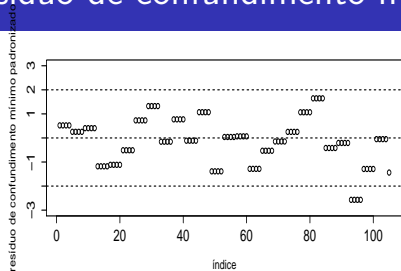
# Efeitos aleatórios



# Resíduo condicional padronizado



# Resíduo de confundimento mínimo padronizado



# Resíduo de confundimento mínimo padronizado

