

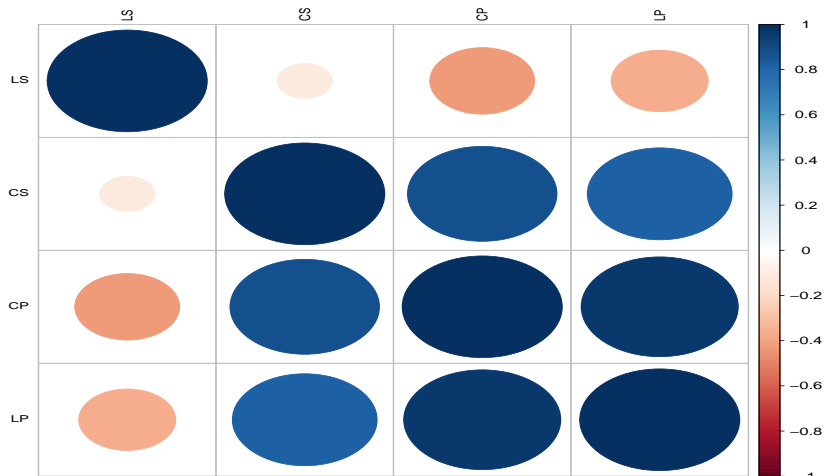
# Análise Fatorial: parte 3

Prof. Caio Azevedo

## Voltando ao exemplo 1: dados da íris “de Fisher”

- **Recapitulando:** quatro variáveis, três grupos, 50 observações por grupo.
- **Objetivos:** caracterizar os grupos em relação à essas quatro variáveis e compará-los.
- **Trabalharemos com a matriz de correlações.**

# Correlações



■ Estimativas das cargas fatoriais: componentes principais

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ( $\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$ )	Var. Específ. ( $\psi_i$ )
CS	0,890	-0,361	0,923	0,077
LS	-0,460	-0,883	0,991	0,009
CP	0,992	-0,023	0,984	0,016
LP	0,965	-0,064	0,935	0,065

■ Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	2,92	0,91
PVE	72,96	22,85
PVEA	72,96	95,81

■  $R - \widetilde{LL}'$

	CS	LS	CP	LP
CS	0,077	-0,026	-0,019	-0,064
LS	-0,026	0,009	0,007	0,021
CP	-0,019	0,007	0,016	0,005
LP	-0,064	0,021	0,005	0,065

■ QMresíduos = 0,028.

■  $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	CS	LS	CP	LP
CS	0,000	-0,026	-0,019	-0,064
LS	-0,026	0,000	0,007	0,021
CP	-0,019	0,007	0,000	0,005
LP	-0,064	0,021	0,005	0,000

■ QMresíduos = 0,018.

- Estimativas das cargas fatoriais: máxima verossimilhança

Var.	Fator 1	Comun. ( $\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$ )	Var. Específ. ( $\psi_i$ )
CS	0,872	0,760	0,240
LS	-0,422	0,178	0,822
CP	0,998	0,995	0,005
LP	0,965	0,931	0,069

- Proporção da soma das variâncias explicadas:

Fator 1	
$\sum_{i=1}^p \tilde{l}_{ij}^2$	2,86
PVE	71,59
PVEA	71,59

- Teste para um fator:  $\lambda = 85,51 (< 0,0001)$ .

- $R - \widetilde{LL}'$

	CS	LS	CP	LP
CS	0,240	0,250	0,002	-0,023
LS	0,250	0,822	-0,007	0,041
CP	0,002	-0,007	0,005	0,001
LP	-0,023	0,041	0,001	0,069

- $QM_{\text{resíduos}} = 0,112$ .



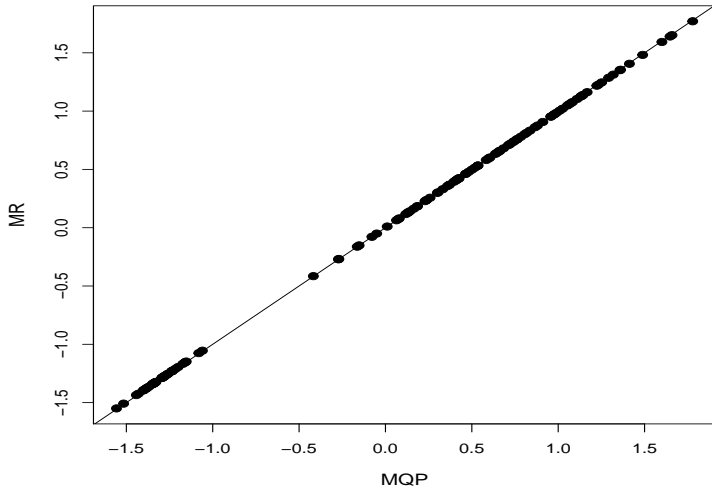
■  $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	CS	LS	CP	LP
CS	0,000	0,250	0,002	-0,023
LS	0,250	0,000	-0,007	0,041
CP	0,002	-0,007	0,000	0,001
LP	-0,023	0,041	0,001	0,000

■ QMresíduos = 0,041.

■ Optou-se pela utilização das estimativas de MV das cargas fatoriais (um único fator) e os escores estimados por MQP.

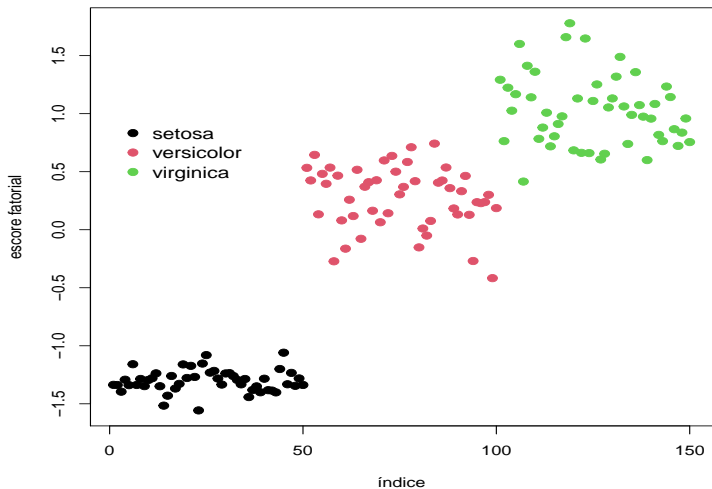
# Dispersão entre os escores fatoriais (MQP x MR)



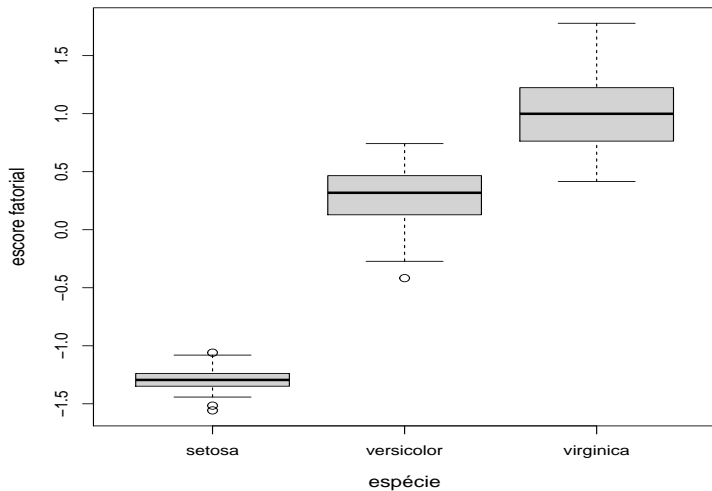
## Análise descritiva dos escores fatoriais (MQP)

Especie	Média	DP	Var.	CV(%)	Mínimo	Mediana	Máximo	n
setosa	-1,30	0,10	0,01	7,38	-1,56	-1,29	-1,06	50
versicolor	0,28	0,27	0,07	96,16	-0,42	0,32	0,74	50
virginica	1,02	0,31	0,09	30,03	0,41	1,00	1,78	50

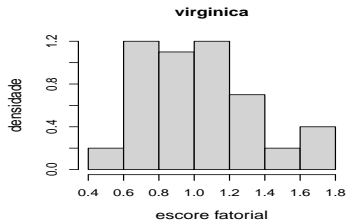
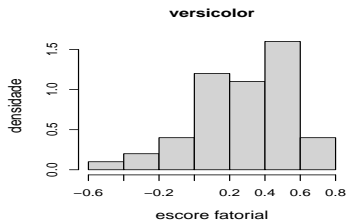
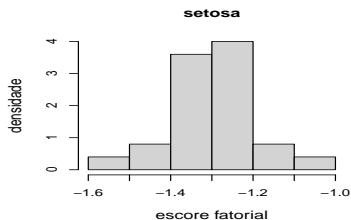
# Escores fatoriais por grupo



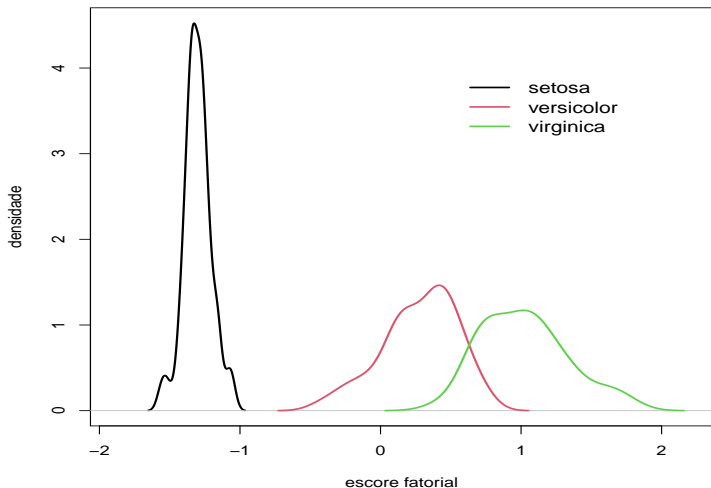
# Box plot dos escores fatoriais por grupo



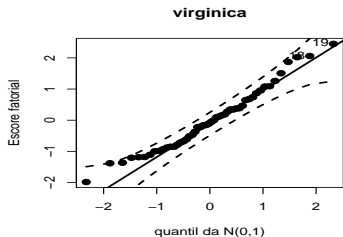
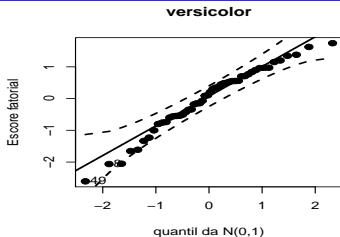
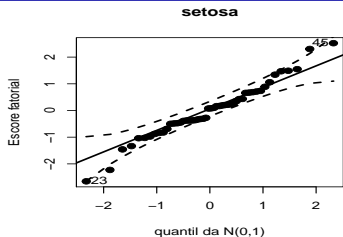
# Histogramas dos escores fatoriais por grupo



# Densidades dos escores fatoriais por grupo



# Qqplot dos escores fatoriais por grupo





# Comparação de grupos via modelos lineares

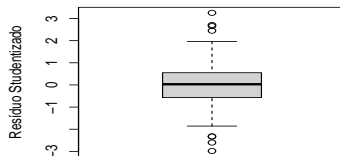
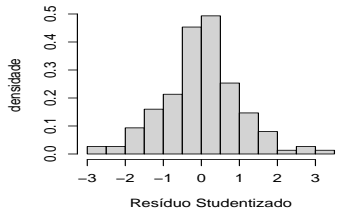
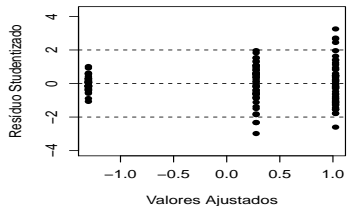
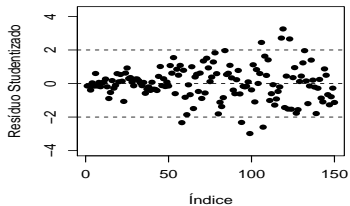
$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \xi_{ij},$$

$i = 1, 2, 3$  (tipo de iris, setosa, vericolor, virginica),  $j = 1, \dots, n_i$ ,

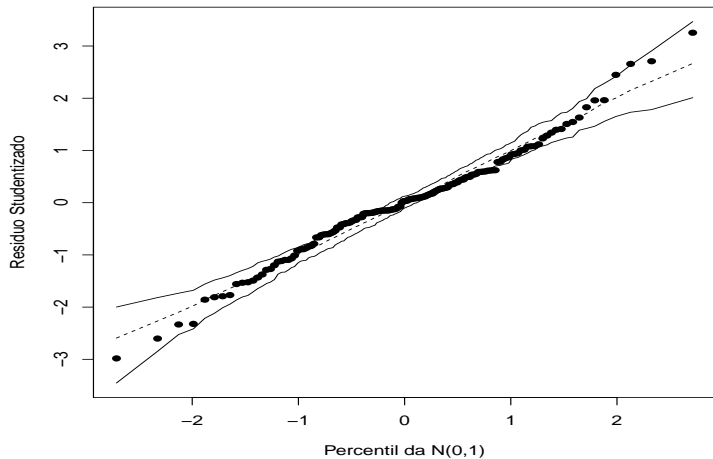
$n_i = 50, \forall i, \xi_{ij} \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$ .

- $Y_{ij}$  : valor do fator da planta  $j$ , do tipo de íris  $i$ .
- $\mu$  : média do fator do grupo de referência (setosa).
- $\alpha_i$  : incremento na média do fator, do grupo  $i$ , em relação ao grupo de referência.
- Utilizou-se o resíduo “studentizado” (veja) (para verificar a qualidade de ajuste do modelo).

# Gráficos de diagnóstico



## Qqplot com envelopes



## Estimativas dos parâmetros do modelo

Parâmetro	Estimativa	EP	IC(95%)	Estat.t	p-valor
$\mu$	-1,30	0,03	[-1,37 ; -1,24]	-38,13	< 0,0001
$\alpha_2$	1,58	0,05	[1,48 ; 1,67 ]	32,70	< 0,0001
$\alpha_3$	2,33	0,05	[2,23 ; 2,42 ]	48,19	< 0,0001

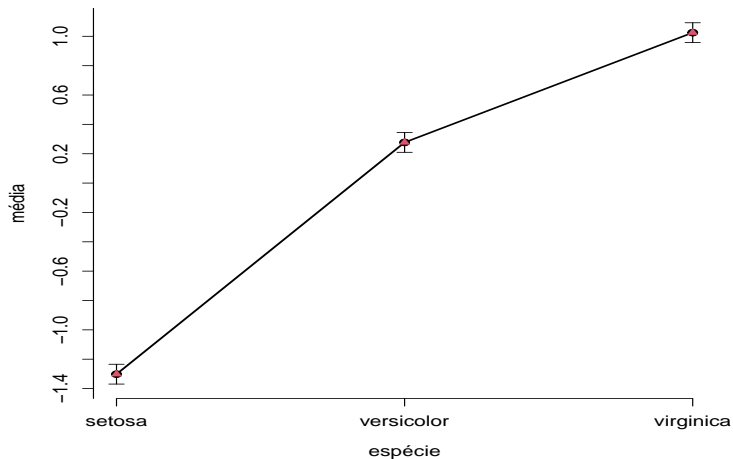
Há diferença entre o primeiro grupo e os outros dois. Vamos agora testar a igualdade entre as médias dos dois outros grupos através de testes do tipo  $C\beta = M$  (veja mais detalhes em [aqui](#)).

## Testes de hipótese e médias previstas

- Teste:  $H_0 : \alpha_2 = \alpha_3$  vs  $H_1 : \alpha_2 \neq \alpha_3$ ,  $f_c = 239,86 (< 0,0001)$ .
- Médias previstas pelo modelo.

grupo	Estimativa	EP	IC(95%)
setosa	-1,30	0,03	[-1,37 ; -1,23]
versicolor	0,28	0,03	[0,21 ; 0,34]
virginica	1,02	0,03	[0,96 ; 1,09]

## Médias observadas (vermelho) e preditas (negrito)



## Voltando ao Exemplo 3: Amitriptilina

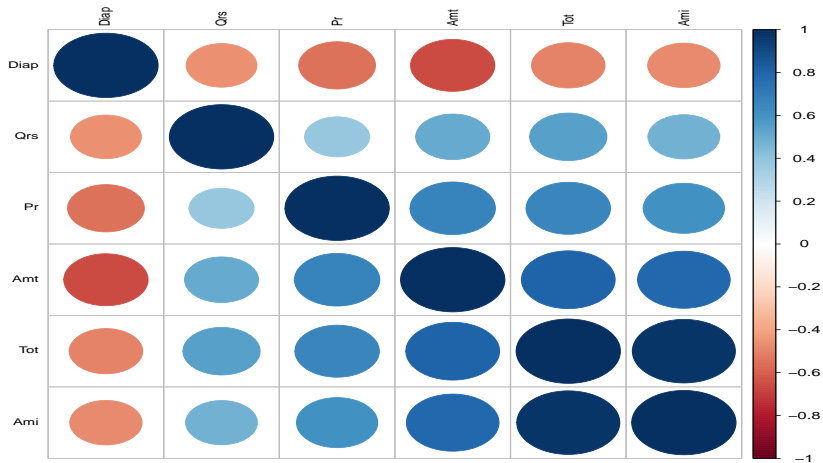
- Amitriptilina é prescrita por alguns médicos como antidepressivo.
- Entretanto existem alguns efeitos colaterais que podem estar associados ao seu uso como: batimento cardíaco irregular, pressão sanguínea anormal e ondas irregulares no eletrocardiograma.
- Os dados consistem na medição de algumas características de interesse de 17 pacientes que deram entrada em um hospital depois de uma overdose de amitriptilina.

## Descrição das variáveis

- Tot: nível total no plasma TCAD (ou tricíclicos anti-depressivos - classe de fármacos usados no tratamento sintomático da depressão e outras síndromes depressivas.).
- Ami: quantidade presente de amitriptilina no nível TCAD no plasma.
- Sexo: Sexo, 1 - (feminino), 0 - (masculino).
- Amt: quantidade de antidepressivos tomados no momento da overdose.
- Pr: medida da onda PR (eletrocardiograma).
- Diap: Pressão diastólica.
- QRS: medida da onda QRS (eletrocardiograma).
- Objetivo: comparar os sexos em relação às variáveis medidas.



# Correlações



■ Estimativas das cargas fatoriais: componentes principais

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ( $\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$ )	Var. Específ. ( $\psi_i$ )
Tot	0,927	-0,285	0,941	0,059
Ami	0,899	-0,346	0,928	0,072
Amt	0,909	-0,055	0,828	0,172
Pr	0,785	-0,068	0,621	0,379
Diap	-0,721	-0,472	0,743	0,257
Qrs	0,661	0,512	0,699	0,301

■ Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	4,07	0,69
PVE	67,77	11,56
PVEA	67,77	79,33

■  $R - \widetilde{LL}'$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,059	0,044	-0,051	-0,093	0,039	0,080
Ami	0,044	0,072	-0,047	-0,123	0,005	0,056
Amt	-0,051	-0,047	0,172	-0,047	-0,023	-0,069
Pr	-0,093	-0,123	-0,047	0,379	-0,007	-0,096
Diap	0,039	0,005	-0,023	-0,007	0,257	0,259
Qrs	0,080	0,056	-0,069	-0,096	0,259	0,301

■  $QM_{resíduos} = 0,092.$

■  $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,000	0,044	-0,051	-0,093	0,039	0,080
Ami	0,044	0,000	-0,047	-0,123	0,005	0,056
Amt	-0,051	-0,047	0,000	-0,047	-0,023	-0,069
Pr	-0,093	-0,123	-0,047	0,000	-0,007	-0,096
Diap	0,039	0,005	-0,023	-0,007	0,000	0,259
Qrs	0,080	0,056	-0,069	-0,096	0,259	0,000

■  $QM_{res\acute{i}duos} = 0,058.$

■ Estimativas das cargas fatoriais: mv (sem rotação)

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ( $\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$ )	Var. Específ. ( $\psi_i$ )
Tot	0,997	-0,011	0,995	0,005
Ami	0,978	-0,040	0,958	0,042
Amt	0,814	0,364	0,796	0,204
Pr	0,657	0,334	0,544	0,456
Diap	-0,505	-0,653	0,681	0,319
Qrs	0,544	0,242	0,355	0,645

■ Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	3,60	0,73
PVE	59,98	12,17
PVEA	59,98	72,15

■  $R - \widetilde{LL}'$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,005	0,000	-0,001	0,003	0,001	0,006
Ami	0,000	0,042	0,007	-0,023	-0,012	-0,049
Amt	-0,001	0,007	0,204	0,013	-0,003	-0,028
Pr	0,003	-0,023	0,013	0,456	0,010	-0,050
Diap	0,001	-0,012	-0,003	0,010	0,319	-0,027
Qrs	0,006	-0,049	-0,028	-0,050	-0,027	0,645

■  $QM_{\text{resíduos}} = 0,059.$

■  $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,000	0,000	-0,001	0,003	0,001	0,006
Ami	0,000	0,000	0,007	-0,023	-0,012	-0,049
Amt	-0,001	0,007	0,000	0,013	-0,003	-0,028
Pr	0,003	-0,023	0,013	0,000	0,010	-0,050
Diap	0,001	-0,012	-0,003	0,010	0,000	-0,027
Qrs	0,006	-0,049	-0,028	-0,050	-0,027	0,000

■  $QM_{\text{resíduos}} = 0,013.$

■ Estimativas das cargas fatoriais: mv (rotação varimax)

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ( $\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$ )	Var. Específ. ( $\psi_i$ )
Tot	0,927	0,368	0,995	0,005
Ami	0,920	0,334	0,958	0,042
Amt	0,615	0,646	0,796	0,204
Pr	0,481	0,559	0,544	0,456
Diap	-0,220	-0,796	0,681	0,319
Qrs	0,412	0,430	0,355	0,645

■ Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	2,53	1,79
PVE	42,23	29,91
PVEA	42,23	72,14



■  $R - \widetilde{LL}'$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,005	0,000	-0,001	0,003	0,001	0,006
Ami	0,000	0,042	0,007	-0,023	-0,012	-0,049
Amt	-0,001	0,007	0,204	0,013	-0,003	-0,028
Pr	0,003	-0,023	0,013	0,456	0,010	-0,050
Diap	0,001	-0,012	-0,003	0,010	0,319	-0,027
Qrs	0,006	-0,049	-0,028	-0,050	-0,027	0,645

■  $QM_{\text{resíduos}} = 0,059.$

■  $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,000	0,000	-0,001	0,003	0,001	0,006
Ami	0,000	0,000	0,007	-0,023	-0,012	-0,049
Amt	-0,001	0,007	0,000	0,013	-0,003	-0,028
Pr	0,003	-0,023	0,013	0,000	0,010	-0,050
Diap	0,001	-0,012	-0,003	0,010	0,000	-0,027
Qrs	0,006	-0,049	-0,028	-0,050	-0,027	0,000

■  $QM_{\text{resíduos}} = 0,013.$

■ Estimativas das cargas fatoriais: mv (rotação promax)

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ( $\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$ )	Var. Específ. ( $\psi_i$ )
Tot	1,017	-0,025	1,034	-0,034
Ami	1,031	-0,070	1,068	-0,068
Amt	0,387	0,560	0,463	0,537
Pr	0,265	0,515	0,335	0,665
Diap	0,267	-1,012	1,095	-0,095
Qrs	0,261	0,372	0,206	0,794

■ Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	2,46	1,75
PVE	40,93	29,10
PVEA	40,93	70,04

■  $R - \widetilde{LL}'$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	-0,034	-0,074	0,428	0,399	-0,792	0,291
Ami	-0,074	-0,068	0,428	0,369	-0,826	0,231
Amt	0,428	0,428	0,537	0,279	-0,189	0,194
Pr	0,399	0,369	0,279	0,665	-0,090	0,128
Diap	-0,792	-0,826	-0,189	-0,090	-0,095	-0,153
Qrs	0,291	0,231	0,194	0,128	-0,153	0,794

■  $QM_{\text{resíduos}} = 0,331.$

■  $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

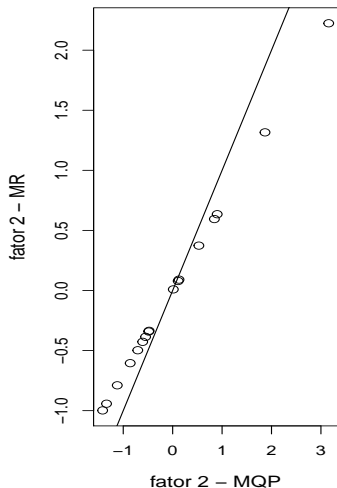
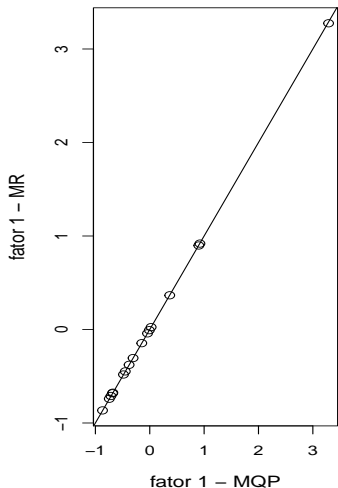
	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,000	-0,074	0,428	0,399	-0,792	0,291
Ami	-0,074	0,000	0,428	0,369	-0,826	0,231
Amt	0,428	0,428	0,000	0,279	-0,189	0,194
Pr	0,399	0,369	0,279	0,000	-0,090	0,128
Diap	-0,792	-0,826	-0,189	-0,090	0,000	-0,153
Qrs	0,291	0,231	0,194	0,128	-0,153	0,000

- QMresíduos = 0,271.
- Optou-se por usar as estimativas de MV sem rotação para as cargas fatoriais e a predição por MQP dos fatores.

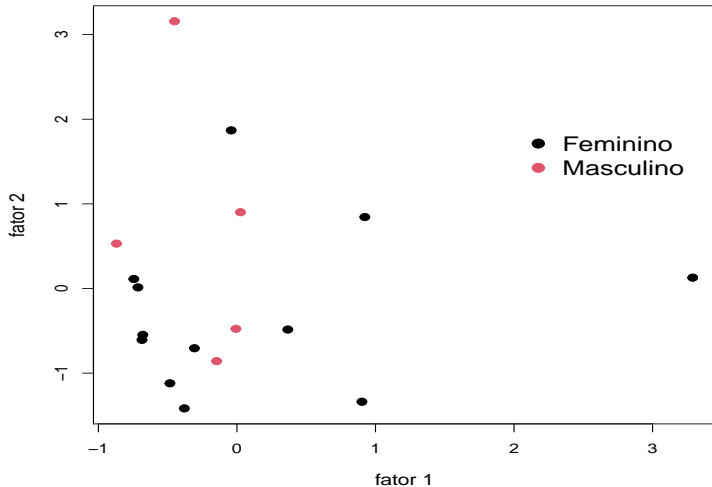
## Medidas resumo dos fatores por sexo

	Feminino		Masculino	
	fator 1	fator 2	fator 1	fator 2
Média	0,12	-0,27	-0,29	0,65
Var.	1,36	0,89	0,14	2,48
DP	1,16	0,94	0,37	1,57
Mínimo	-0,74	-1,42	-0,87	-0,86
Mediana	-0,34	-0,52	-0,15	0,53
Máximo	3,29	1,87	0,03	3,16

# Dispersão entre as estimativas dos Fatores (MQP x MR)



# Dispersão entre os fatores (MQP) por sexo





# Biplot

