

Metodologia para tomada de decisões

- **Exemplo** Se nosso objetivo é estimar o valor desconhecido da proporção p de indivíduos que possuem um determinado atributo, tomamos como base o número de portadores $X = x$ desse atributo em uma amostra casual simples de tamanho n . O objetivo é verificar se $X = x$ dá suporte à rejeição de uma certa suposição para p .

Metodologia para tomada de decisões

- **Exemplo 1:** Achamos que uma moeda não é honesta. Observamos 65 caras em 100 lançamentos, Podemos afirmar que os dados suportam nossa opinião?
- **Exemplo 2:** A diretoria de uma distribuidora de TV a cabo acredita que com a reengenharia de seu sistema de cabeamento, a proporção de assinantes satisfeitos com o serviço é agora maior do que os 82% existentes anteriormente. Se uma pesquisa com 300 assinantes revela que 251 deles estão satisfeitos com a distribuidora, a diretoria pode dizer que esses dados dão suporte à sua opinião?

Metodologia

- **Exemplo 3:** Se em uma amostra casual simples de 2100 intervenções cirúrgicas feitas em 1997, apenas 181 são cirurgias cardíco-vasculares, é possível dizer que os dados suportam a conjectura (do centro nacional de estatísticas médicas) de que menos de 10% das cirurgias realizadas em 1997 foram cardíco-vasculares?

Metodologia

- Se nosso objetivo é calcular ou estimar o valor desconhecido da proporção p de indivíduos em uma população que possui um determinado atributo, tomamos como variável de estudo a variável aleatória X que representa o número total de portadores do atributo, em uma amostra casual simples de tamanho n desses indivíduos.
- O objetivo é determinar se o valor x de X , observado na amostra, dá ou não suporte à uma hipótese referida ao valor de p .

Metodologia

- Portanto, quando estamos interessados em estudar uma proporção p , baseamos nossa inferência em:

- $X \sim \text{Bin}(n, p)$

- $E(X) = np$

- $\text{Var}(X) = np(1 - p)$

- E para valores adequados de n e p (ou n muito grande):

- $\frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0, 1)$

Metodologia

- Relativo ao exemplo 1:
 - O que aconteceria em 100 lançamentos se a moeda fosse honesta ($p = \frac{1}{2}$)?
 - O número esperado de caras nos 100 lançamentos será 50
 - Comparado com essa expectativa, o que foi observado?
 - Observamos um desvio de $|65 - 50| = 15$ unidades em relação ao número esperado de caras

Metodologia

- Relativo ao exemplo 1:
 - Se a moeda for honesta, um desvio como o observado será pouco ou muito provável?
 - Se a moeda fosse honesta, teríamos que:
$$p - \text{valor} = P(|X - 50| \geq 15) \simeq P(|Z| \geq 3) \simeq 0.0027$$
 - Podemos usar $p - \text{valor}$ para medir a magnitude da evidência contida nos dados contra a hipótese de honestidade da moeda.

Metodologia

- Relativo ao exemplo 1:
 - Como decidir se a evidência p – *valor* é forte para rejeitar a suposição de honestidade da moeda?
 - Escolhemos um valor α (nível de significância)
 - Se p – *valor* $\leq \alpha$, reconhecemos na amostra evidência suficiente para rejeitar a honestidade da moeda (rejeitar H_0).
 - $H_0 : p = \frac{1}{2}$ vs $H_1 : p \neq \frac{1}{2}$
 - para $\alpha \geq 0.0027$, rejeitamos H_0 com nível de significância α

Hipóteses Alternativas Unilaterais e Bilaterias

- **Exemplo 1:** $H_0 : p = \frac{1}{2}$ vs $H_1 : p \neq \frac{1}{2}$
- **Exemplo 2:** $H_0 : p = 0.82$ vs $H_1 : p > 0.82$
- **Exemplo 3:** $H_0 : p = 0.1$ vs $H_1 : p < 0.1$

Hipótese Bilateral: Quando desejamos detectar desvios em qualquer direção desde o valor da hipótese nula.

Hipóteses Alternativas Unilaterais e Bilaterias

- Relativo ao exemplo 2:
 - $X =$ número de clientes satisfeitos
 - Sob H_0 verdadeira:
 - $X \sim \text{Bin}(300, 0.82)$
 - $E(X) = 300 \times 0.82$
 - $\text{Var}(X) = 300 \times 0.82 \times 0.18$
 - p - valor = $P(X - 300 \times 0.82 \geq 251 - 300 \times 0.82) \simeq P(Z \geq 0.7514) \simeq 0.2266$ ● onde $Z \sim N(0, 1)$
 - Logo, para $\alpha \geq 0.2266$, rejeitamos H_0

Observação: os valores usuais de α são 0.01, 0.05 e 0.1.

Teste de Proporções

■ $H_0 : p = p_0$ vs $H_1 : p \neq p_0$

$H_0 : p = p_0$ vs $H_1 : p > p_0$

$H_0 : p = p_0$ vs $H_1 : p < p_0$

■ Procedimento

- escolha α (nível de significância) - limite máximo de probabilidade de cometer erro tipo I
- selecione uma amostra casual simples da população e determine o número x de indivíduos portadores do atributo
- determine o p - valor ou força de evidência contida nos dados
- se p - valor $\leq \alpha$, rejeita-se H_0

Cálculo do p – valor

- $H_1 : p \neq p_0$

- $X \sim \text{Bin}(n, p)$

$$p\text{-valor} = P(|X - np_0| \geq |x - np_0|)$$

$$p\text{-valor} = 1 - P(np_0 - |x - np_0| < X < np_0 + |x - np_0|)$$

- usando TCL ($Z \sim N(0, 1)$)

$$p\text{-valor} = P(|X - np_0| \geq |x - np_0|)$$

$$p\text{-valor} \simeq P\left(|Z| \geq \frac{|x - np_0|}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$$

$$p\text{-valor} \simeq 2 \left[1 - \Phi\left(\frac{|x - np_0|}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right) \right]$$

Cálculo do p – valor – valor

- $H_1 : p > p_0$

- $X \sim \text{Bin}(n, p)$

- p – valor = $P(X \geq x)$

- usando TCL ($Z \sim N(0, 1)$)

- p – valor = $P(X - np_0 \geq x - np_0)$

- p – valor $\simeq P\left(Z \geq \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$

- p – valor $\simeq 1 - \Phi\left(\frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$

Cálculo do p – valor

- $H_1 : p < p_0$

- $X \sim \text{Bin}(n, p)$

- p – valor = $P(X \leq x)$

- usando TCL ($Z \sim N(0, 1)$)

- p – valor = $P(X - np_0 \leq x - np_0)$

- p – valor $\simeq P\left(Z \leq \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$

- p – valor $\simeq \Phi\left(\frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right)$

Cálculo do p – *valor*

- **Observação:** As hipóteses para o exemplo 3 são:

$$H_0 : p = 0.1 \quad \text{vs} \quad H_1 : p < 0.1$$

- Nesse tipo de situações, é suficiente calcular p – *valor* considerando o valor ($p = 0.1$), por isso:

$$H_0 : p \geq 0.1 \quad \text{vs} \quad H_1 : p < 0.1$$

é equivalente a testar

$$H_0 : p = 0.1 \quad \text{vs} \quad H_1 : p < 0.1$$

- Comentário análogo vale quando as hipóteses forem

$$H_0 : p = 0.1 \quad \text{vs} \quad H_1 : p > 0.1.$$