

ME 420 - Inferência Estatística II / ME 419 - Inferência  
Primeiro semestre de 2011  
Trabalho

Leia o arquivo INSTRUÇÕES, que se encontra na página do curso. As instruções que se encontram lá devem ser rigorosamente seguidas.

1. Considere uma amostra aleatória  $X_1, \dots, X_n$  de  $X$ , em que

$$f_X(x; \theta) = \frac{e^{-\theta x}}{x!(1 - e^{-\theta})} \mathbb{1}_{\{1,2,\dots\}}(x), \theta > 0 \quad (1)$$

Responda as questões que se seguem

2. Coloque a distribuição conjunta da amostra nas famílias exponenciais tradicional e canônica, identificando cada uma das funções, corretamente (10 pontos).
3. Para  $t(\mathbf{X})$  obtido na Questão 2, calcule  $\mathcal{E}(t(\mathbf{X}))$  e  $\mathcal{V}(t(\mathbf{X}))$ , utilizando as propriedades da família exponencial canônica (20 pontos).
4. Obtenha a função score, a função Hessiana e a informação de Fisher, associadas à  $\theta$  (50 pontos).
5. Obtenha a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança de  $\theta$  (20 pontos).
6. Descreva e implemente o algoritmo Score de Fisher para obter a estimativa de máxima verossimilhança de  $\theta$  (anexe o programa em linguagem R, que você fez) (80 pontos).
7. Simule  $M = 50$  amostras de tamanho  $n = 10$ ,  $n = 50$ ,  $n = 100$ , da distribuição (1). Em cada uma das  $M = 50$  réplicas, utilize o programa que você desenvolveu na Questão 6, para obter as estimativas de máxima verossimilhança e os respectivos erros-padrão assintóticos associados. Para cada um dos tamanhos amostrais, apresente os histogramas das estimativas e dos erros-padrão, associados a cada uma das réplicas. Comente, em detalhes, os resultados obtidos (anexe o programa em linguagem R, que você fez) (160 pontos).