

ME - 731 Análise Multivariada
Segundo semestre de 2009
Lista de Exercícios IV
Entrega: Exercícios 3 e 5 em 01/12/2009

Obs1: Não é necessário digitar a resolução da lista, os exercícios podem ser entregues feitos à mão.

Obs2: Os exercícios referentes à análise de correspondência seguem a notação definidas nas notas de aulas disponíveis no site

Exercícios

1. Prove que a estatística Q (de qui-quadrado) para testar a independência entre duas variáveis aleatórias numa tabela de contingência, pode ser escrita como:

$$Q = n (\mathbf{P} - \mathbf{P}_E)' \mathbf{D}_{\mathbf{P}_E}^{-1} (\mathbf{P} - \mathbf{P}_E)$$

2. Prove que as matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{W} são tais que $\mathbf{Z} = \mathbf{W}'$.
3. Prove que

$$\begin{aligned} & \text{tr} \left[\mathbf{D}_r^{-1/2} (\mathbf{P} - \mathbf{P}_r \mathbf{P}'_c) \mathbf{D}_c^{-1/2} \left(\mathbf{D}_r^{-1/2} (\mathbf{P} - \mathbf{P}_r \mathbf{P}'_c) \mathbf{D}_c^{-1/2} \right)' \right] \\ &= Q/n = \sum_{k=1}^{J-1} \lambda_k^2 \end{aligned}$$

em que $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{J-1})$ são os autovalores obtidos a partir da decomposição do valor singular de $\mathbf{D}_r^{-1/2} (\mathbf{P} - \mathbf{P}_r \mathbf{P}'_c) \mathbf{D}_c^{-1/2}$.

4. Considere os dados disponíveis na homepage do curso, relacionados ao estudo sobre a relação entre status socio-econômico dos pais com a condição de saúde mental de 2760 indivíduos. Os dados encontram-se abaixo (bem como na página 753 de livro de Johson e Wichern) e também na página do curso.

Responda os itens:

Saúde mental	Status sócio-econômico dos pais				
	A (alto)	B	C	D	E (baixo)
Boa	121	57	72	36	21
Presença fraca de sintomas	188	105	141	97	71
Presença moderada de sintomas	112	65	77	54	54
Debilitado	186	60	94	78	71

- Utilize o teste de qui-quadrado usual para testar a hipótese de independência entre as duas variáveis aleatórias. Escreva as hipóteses em termos dos parâmetros envolvidos, apresente a estatística do teste, o p-valor correspondente e escreva, de modo adequado, sua conclusão. Utilize $\alpha = 5\%$.
- Calcule os perfis de linhas e colunas e os interprete da forma mais abrangente possível. Coloque os resultados em tabelas adequadas.
- Faça uma análise de correspondência do modo mais amplo possível. Apresente a tabela com a inércia e a proporção da variabilidade explicada pelas duas componentes. Apresente o “bi-plot”. Interprete os resultados obtidos da forma mais ampla possível, tendo em mente os objetivos da pesquisa.