

ME 420 - Inferência Estatística II / ME 419 - Inferência
Primeiro semestre de 2011
Lista de Exercícios IV

1. Resolva os exercícios deixados em sala.
2. Seja X_1, \dots, X_n uma a.a. de $X \sim \exp(\theta), \theta > 0$. Responda os itens
 - a) Construa um IC exato para θ com c.c. de γ .
 - b) Construa um IC assintótico para θ com c.c. de aproximadamente γ .
3. O arquivo carros.txt apresenta o número de carros multados por dia (através de fotos sensores), no cruzamento das ruas Orozimbo Maia e Delfino Cintra, em Campinas. A primeira coluna corresponde ao dia em que a medida foi feita e a segunda corresponde ao número de carros multados. As medições foram tomadas em diferentes dias diferentes ao longo de 4 meses.

Responda os itens

- a) Calcule as medidas descritivas usuais: média, mediana, mínimo, máximo, variância, desvio-padrão e coeficiente de variação.
- b) Construa o histograma dos dados.
- c) Com base nos itens a) e b) você diria que é razoável assumir uma distribuição de Poisson para representar a variável de interesse? Justifique, adequadamente sua resposta.
- d) Suponha que a variável de interesse, digamos X , é tal que $X \sim Poisson(\lambda)$. Encontre a estimativa de m.v. e o respectivo erro-padrão associado de λ .
- e) Com base nos dados, obtenha a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança.
- f) Suponha que, se houver, em um determinado dia, mais do que 6 carros multados, a Prefeitura colocará um guarda de trânsito no cruzamento em questão. Calcule a probabilidade disso ocorrer.
- g) Com base na distribuição assintótica do e.m.v, construa um intervalo de confiança com coeficiente de confiança de aproximadamente 95% de confiança.

4. O arquivo lampadas.txt apresenta o tempo de vida, em horas, de 30 lâmpadas, de uma determinada marca. A primeira coluna corresponde a identificação da lâmpada e a segunda corresponde ao tempo de vida. As medições foram tomadas colocando-se as lâmpadas funcionando e contabilizando-se o tempo até cada uma parar de funcionar.

Responda os itens

- a) Calcule as medidas descritivas usuais: média, mediana, mínimo, máximo, variância, desvio-padrão e coeficiente de variação.
- b) Construa o histograma dos dados.
- c) Com base nos itens a) e b) você diria que é razoável assumir uma distribuição $gama(r = 20, \lambda)$ para representar a variável de interesse? Justifique, adequadamente sua resposta.
- d) Suponha que a variável de interesse, digamos X , é tal que $X \sim gama(r, \lambda)$. Encontre a estimativa de m.v. e o respectivo erro-padrão associado de λ .
- e) Com base nos dados, obtenha a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança.
- e) Com base nos dados, obtenha a distribuição exata do estimador.
- f) Qual a probabilidade de uma lâmpada funcionar por mais do que 400 horas?
- g) Com base na distribuição assintótica do e.m.v, construa um intervalo de confiança com coeficiente de confiança de aproximadamente 95% de confiança.
- h) Com base na distribuição exata do e.m.v, construa um intervalo de confiança com coeficiente de confiança de aproximadamente 95% de confiança.
- (i) Compare os comprimentos dos intervalos de confiança que você encontrou nos itens g) e h). O que você pode dizer a respeito?

5. Exercícios 1, 2 e 4, página 398, do livro do Mood, Graybill and Boes.

6. Considere uma amostra aleatória X_1, \dots, X_n de X , em que

$$f_X(x; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sigma} \exp \left\{ - \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right\} \mathbb{1}_{(\mu, \infty)}(x), \boldsymbol{\theta} = (\mu, \sigma^2), \mu \in \mathcal{R}, \sigma > 0.$$

Responda os itens abaixo

- a) Se μ for conhecido, encontre um IC exato para σ com c.c. de γ .
 - b) Se μ for conhecido, encontre um IC assintótico para σ com c.c. de aproximadamente γ .
 - c) Se σ for conhecido, encontre um IC exato para μ com c.c. de γ .
 - d) Se σ for conhecido, encontre um IC assintótico para μ com c.c. de aproximadamente γ .
7. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória de $X \sim U(-\theta, \theta), \theta > 0$. Encontre um IC exato com cc de γ para θ .
8. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória de $X \sim U(-\theta, \theta), \theta > 0$. Encontre um IC exato com cc de γ para θ .
9. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória de X , em que

$$f_X(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} \mathbb{1}_{(0,1)}(x), \theta > 0$$

Responda os itens.

- a) Encontre um IC exato para θ com c.c. de γ baseado no estimador de máxima verossimilhança.
- b) Encontre um IC assintótico para θ com c.c. de aproximadamente γ baseado na distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança.
- c) Encontre um IC assintótico para θ com c.c. de aproximadamente γ baseado na distribuição assintótica do estimador do método dos momentos.