

MI 634 - Análise de dados longitudinais

Segundo semestre de 2015

Lista de Exercícios II

Data da entrega: até o dia 29/09, no começo ou no final da aula

Exercícios selecionados para a entrega: 2, 5, 6 e 8.

1. Resolva TODOS os exercícios deixados em sala.
2. Prove os resultados acerca do variograma, ou seja, que  $g(u) = \sigma^2(1 - \rho(u))$  e que 
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2Nk} \sum_{i \neq l} \sum_{j,k} \frac{1}{2} (\Delta_{ij} - \Delta_{lk})^2 = \frac{1}{2Nk} \sum_{i \neq l} \sum_{j,k} v_{ijkl},$$
 é um estimador não viciado de  $\sigma^2$  (utilizando a parametrização apresentada nos slides).
3. Considere o modelo marginal multivariado, conforme visto em sala de aula, e a decomposição da matriz de covariâncias utilizada pela função “gls”. Responda os itens:
  - a) Obtenha as expressões dos estimadores de MV (MVR) para  $\boldsymbol{\beta}$  e  $\sigma^2$ .
  - b) Apresente a função escore para  $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\delta}', \boldsymbol{\varrho}')$  (você pode deixar as derivadas indicadas).
  - c) Prove, de modo argumentativo, a convergência em distribuição dos estimadores de  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\sigma^2$ ,  $\boldsymbol{\delta}$  e  $\boldsymbol{\varrho}$ , apresentando as suposições e/ou teoremas que devem ser verificados para que seus argumentos sejam válidos.
4. Prove, de modo argumentativo, que o resíduo normalizado (apresentado em aula) tem aproximadamente distribuição  $N(0, 1)$ , apresentando as suposições que devem ser verificadas para que seus argumentos sejam válidos. Suponha que  $\mathbf{R}_j$  e  $\sigma^2$  são conhecidos.
5. Repita o item anterior considerando  $\mathbf{R}_j$  e  $\sigma^2$  são desconhecidos.
6. Prove, de modo argumentativo, que a distribuição assintótica da estatística Q (para testar hipóteses do tipo  $\mathbf{C}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{M}$ ), sob  $H_0$  e  $H_1$  são aquelas apresentadas em sala, apresentando as suposições que devem ser verificadas para que seus argumentos sejam válidos.
7. Proponha uma estatística (análoga àquela apresentada para testar hipóteses do tipo  $\mathbf{C}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{M}$ ) para testar hipóteses do tipo  $\mathbf{C}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{M}$  em que  $\boldsymbol{\theta}$  são os parâmetros de variância e correlação. Obtenha sua distribuição assintótica (de modo argumentativo) sob  $H_0$  e sob  $H_1$ .
8. Considere o conjunto de dados analisado na Lista de Exercícios I. Análise-os, do ponto de vista inferencial, à semelhança do que foi feito em sala, nas três seguintes situações:
  - a) Desconsiderando a concentração de peróxido e o último tempo
  - b) Desconsiderando a concentração mas considerando o último tempo.

c) Considerando todo o conjunto de dados.

Depois de selecionar o modelo, entre aqueles candidatos (pré-selecionados com base na análise descritiva anteriormente realizada), utilizando as estatísticas AIC e BIC, tente reduzi-lo (em termos da estrutura para a média bem como para a variância), caso seja possível. Realize as interpretações, de acordo com os objetivos do estudo, através do modelo final, não se esquecendo de apresentar uma análise residual e de predição, conforme vistas em sala. A análise, em cada situação, não pode exceder 10 páginas.