ME 420 - Inferência Estatística II / ME 419 - Inferência
Primeiro semestre de 2011
Exercícios I

1. Seja $\boldsymbol{X} \sim N_2(\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$, cuja a densidade é dada por:

$$f_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x}) = \left(\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}\right)^{-1}(2\pi)^{-1} \times$$
$$\exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)\right]\right\}\mathbb{1}_{\mathcal{R}^2}(\boldsymbol{x})$$

Responda os itens:

   a) Calcule as distribuições marginais de X_1 e X_2.
   b) Obtenha as esperanças e variâncias de X_1 e X_2, utilizando as distribuições condicionais de $X_1|X_2 = x_2$ e $X_2|X_1 = x_1$. Os resultados coincidem com aqueles obtidos através das distribuições marginais de X_1 e X_2?
   c) Prove que X_1 e X_2 são independentes se e somente se forem não correlacionadas.
   d) Obtenha a função geradora de momentos do vetor $\boldsymbol{X}$.

2. Considere $\boldsymbol{X} = (X_1, ..., X_n)'$ uma amostra aleatória de X. Prove que a f.d.p conjunta de $\boldsymbol{X}$ pertencen à família exponencial e identifique cada uma das funções $(h(\boldsymbol{x}), d(\theta), c(\theta), t(\boldsymbol{x}))$, para as situações abaixo.

   a) $X \sim Poisson(\theta), \theta > 0$.
   b) $X \sim exponencial(\theta), \theta > 0$, de sorte que $\mathcal{E}(X) = \theta$.
   c) $X \sim$ geométrica(θ), $\theta \in (0, 1)$.