Modelagem Matemática

Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores

Rodney C. Bassanezi
UNICAMP - IMECC
Depto. de Matemática
rodney@ime.unicamp.br

De modo geral, o ensino relativo a uma determinada ciência segue a mesma trajetória que orienta o desenvolvimento e a pesquisa desta ciência. A Matemática não foge a regra; ao contrário, os procedimentos que têm direcionado a educação matemática parecem refletir os pressupostos / valores que orientam a ação do matemático-pesquisador - a descontextualização, por exemplo, é uma marca forte no âmbito da pesquisa em Matemática assim como da prática em Educação Matemática.

Na verdade, a produção matemática tem ocorrido de modo supostamente desvinculado de um contexto sócio-cultural-político e com pouca preocupação em tornar-se utilitária ou mais bem definida em suas metas - o que, de certo modo, diferencia a Matemática de outras Ciências. De fato, tal produção apresenta-se como fruto exclusivo da mente humana, resultando numa linguagem que almeja essencialmente elegância e rigor.

A tentativa de analisar a impregnação entre as condutas que orientam a pesquisa em matemática e a educação matemática, conduz naturalmente a duas questões. Como entendemos o que tem se dado, em geral, no âmbito da construção de conhecimento matemático - quais os modelos cognitivos / epistemológicos que orientam essa construção? Não seria justamente da falta de aprofundamento nos referidos modelos, da parte dos matemáticos e educadores matemáticos, que decorrem muitos dos problemas em educação matemática?

Naturalmente, a tentativa em retratar, de modo reflexivo, os princípios epistemológicos que orientam a pesquisa em Matemática, procurando responder às questões acima, é uma maneira de abrir uma discussão com os nossos parceiros da educação matemática assim como com os pesquisadores da matemática.

De fato, grande parte dos matemáticos profissionais, consciente talvez de que a maior parte da sua produção científica é incompreensível para alguém não iniciado, tem como interesse imediato, o rigor estrito e o formalismo das estruturas, critérios que, por sua vez, têm sido tomados, pelo matemático, como primordiais para qualificar a pesquisa em matemática.

Na verdade, grande parte do conhecimento matemático tem sido construído somente dentro do terreno da matemática, a partir da ação de um profissional que em geral não formula questões como: “para que serve isso?”. Este sentimento de *inutilidade*, no campo da matemática, tem sido decididamente apontado neste século e seus defensores - intitulados *puristas* - em geral, consideram a *matemática aplicada* uma produção inferior e deselegante.

Na verdade, a matemática considerada *pura* segue a tendência *formalista*, a qual consiste somente de axiomas, definições e teoremas encaixados e estruturados de maneira consistente, num crescente caudal de generalizações. Neste contexto, as fórmulas são obtidas por meio de mecanismos lógico-dedutivo, sem objetivo significativo fora do terreno no qual foram criadas - isto é, fora do terreno da Matemática.

De algum modo, em contraposição aos formalistas, os *platonistas* afirmam que os objetos matemáticos existem independentemente do nosso conhecimento sobre eles. Tal tendência também combate as atitudes intelectuais que buscam o conhecimento de práticas e de experiências sensoriais ou intuitivas. Na verdade, os *platonistas* afirmam que o matemático não inventa coisa alguma, mas sim descobre as coisas já existentes, apreendendo-as essencialmente pela via da razão.

De qualquer modo, o problema de interpretações contrárias entre as correntes *formalistas* e *plantonistas*, quanto a existência e apreensão dos fatos matemáticos, não interfere sobre os princípios do raciocínio propulsor da evolução da Matemática. As duas posturas encaminham posições *puristas* e tiveram, historicamente, grande influência no desenvolvimento da pesquisa em matemática - consequentemente, atuaram como referencial no ensino desta ciência.

A doutrina do purismo, em geral, de estilo formalista, penetrou gradualmente na prática da educação matemática, atingindo os níveis mais elementares de ensino como no caso da estrutura denominada, de modo ufanista e pomposo, *matemática moderna* - conceitos relativos à teoria dos conjuntos, por exemplo, fizeram parte do programa de ensino para crianças de idade pré-escolar.

No entanto, grande parte da gênese das idéias matemáticas é fruto de abstrações de situações empíricas, que seguem, posteriormente, a busca da alternativa estética e, quanto mais tais idéias são aprofundadas, mais se afastam da situação de origem, acumulando detalhes cada vez mais complexos e menos significativos para aqueles que estão fora deste campo de estudo. Na verdade, a Matemática dita *pura* constrói objetos de estudo próprios, tratando-os como entes ideais, abstratos / interpretados, existentes / criados apenas na mente humana, isto é, construídos de modo conceitual.

Todavia, apesar da reflexão acima - pouco otimista no que se refere a possibilidade de uma relação harmoniosa com o conhecimento matemático - é natural reconhecer que a Matemática, devido talvez ao seu potencial de generalidade e poder de síntese, passou a funcionar como agente unificador de um mundo racionalizado e tem se colocado como um instrumento, cada vez mais indispensável, para a construção de teorias que emergem de outros campos de estudo - tudo isto, independentemente de interesses imediatos de seus criadores.

É natural reconhecer, nos últimos anos, que a orientação formalista, principal responsável pela formação de cunho elitista do matemático, vem sendo questionado - novas tendências estão ganhando terreno. Segundo D'Ambrosio (1993) "os programas de pesquisa, no sentido lakatosiano, vem crescendo, em repercussão, mostrando-se uma alternativa válida para um programa de ação pedagógica". No que se refere à aplicabilidade da Matemática, D'Ambrosio se manifesta, explicando que não se trata simplesmente de tendência:

> *Este caráter surpreendente de aplicabilidade da Matemática tem sido uma constante do seu desenvolvimento. Uma das razões parece ser que o desenvolvimento da Matemática não se processa de uma maneira isolada, mas recebe influências freqentes das próprias mudanças que ela ajudou a realizar.*

Sem dúvida, há outras interpretações/reflexões à respeito da aplicabilidade, como as de Do Carmo (1986):

> *O que existe é uma interação de progressos teóricos e aplicados formando uma imensa rede de influências mutuas que se torna difícil de decidir o que é mais importante: se o desejo puro de entender, ou a necessidade prática de aplicar.*

Na verdade, é consenso há algum tempo, entre vários profissionais, que a competência especialistas como o físico ou o engenheiro estaria aliada à competência em matemática. Atualmente, este padrão de pensamento está sendo aplicado às áreas de conhecimento propriamente ditas - isto é, a consistência de uma teoria ou sua própria validação depende, em grande parte, de interpretação/explicação em linguagem matemática.

Desse modo, a Matemática tem penetrado fortemente na Economia, Química, Biologia, entre outras, na perspectiva da utilização de modelos, quase sempre apoiados nos paradigmas que nortearam a Física - como as leis de conservação e analogias conseqentes. Outras áreas como Sociologia, Psicologia, Medicina, Lingística, Música, e mesmo a História, começam a acreditar na possibilidade de ter suas teorias modeladas por meio da linguagem matemática.

Grosso modo, quando procuramos agir/refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, compreender ou modificá-la, o processo usual é selecionar no sistema, em estudo, argumentos ou parâmetros considerados essenciais, formalizando-os por meio de um processo artificial denominado *modelo*. Bunge reconhece tal processo, chegando a afirmar que "toda teoria específica é, na verdade, um modelo de um pedaço da realidade" (Bunge, 1974).

Neste sentido, em relação às aplicações da Matemática, duas alternativas mostram-se bem delineadas: uma primeira visão consiste em adaptar conceitos, configurações ou estruturas matemáticas aos fenômenos da realidade - muitas vezes, sujeitando aspectos da realidade, físico-sociais e outros, a tender da melhor maneira possível aos modelos matemáticos que lhes são atribuídos. Numa segunda alternativa temos situações da realidade servindo como fonte para a obtenção de novos conceitos e estruturas matemáticas - com efeito, neste sentido, os paradigmas da construção científica, já estabelecidos, dão lugar a novos paradigmas e a Matemática evolui como um retrato do universo. Talvez, seja esta visão, próxima de uma explicação platônica sobre o desenvolvimento da Matemática, a razão da existência e funcionalidade da Matemática.

Assim, em se tratando da investigação em matemática, é comum a combinação das duas alternativas. Há, então, a possibilidade da construção de modelos matemáticos, a partir de uma teoria conhecida que, por sua vez, não contém técnicas e métodos suficientes para obtenção dos resultados desejados. Tais situações exigem do *matemático aplicado* habilidades e criatividade, em especial de tendências matemáticas, de modo a desenvolver novos métodos e técnicas que vão se mostrando necessários - naturalmente, tais dinâmicas são fontes geradoras de motivação para a produção científica em processo. Do nosso ponto de vista, a posição mais razoável para o matemático praticante das *aplicações*, pesquisador ou professor, é a de estar atento para adotar as facetas mais producentes das estratégias disponíveis, ajustando-as, de modo conveniente, em cada etapa do trabalho.

Neste contexto, um modelo matemático é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno - este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou até mesmo um outro modelo matemático. A aceitação de um modelo, por sua vez, depende essencialmente dos fatores que condicionam o modelador, ou seja, dos objetivos e recursos disponíveis do sujeito que se propõe a construir/elaborar o modelo. Nesta perspectiva, um modelo complexo pode ser motivo de orgulho para um matemático e inadequado para o pesquisador que vai aplicá-lo. Muitas vezes, as necessidades imediatas de um pesquisador são atendidas por um modelo parcial e simples, o qual não comporta todas as variáveis que possam influenciar na dinâmica do fenômeno estudado. De modo explícito, Davis & Hersh afirmam:

> *Um modelo que pode ser considerado bom ou ruim, simples ou satisfatório, estético ou feio, útil ou inútil, mas seria difícil dizer se é verdadeiro ou falso (Davis & Hersh,1986).*

No que se refere a *utilidade*, reconhecemos que uma coisa é considerada útil quando tem a capacidade de satisfazer de algum modo, uma necessidade humana - desta forma a utilidade depende essencialmente do usuário. Do ponto de vista de Davis & Hersh, “a utilidade de um modelo está precisamente em seu sucesso de imitar ou predizer o comportamento do Universo” (Davis & Hersh, 1986).

A questão da utilidade, no caso da Matemática, tem sido discutida de modo bastante abrangente, levando em conta elementos estéticos, científicos, comerciais, psicológicos, entre outros. Porém, tal abrangência não é reconhecida pelos profissionais da Matemática dita *pura*. Para o *matemático purista*, um conceito matemático é considerado *útil* quando pode ser aplicado/associado em alguma parte da própria pesquisa.

Na verdade, não seria razoável esperar que a expectativa de utilidade, por parte do matemático puro, se estendesse para outras áreas do terreno matemático pois, dado o vasto crescimento da Matemática em seus meandros de sub-áreas, é impossível atualmente, qualquer que seja o matemático, ter um bom conhecimento das pesquisas realizadas em outras áreas, ou seja, fora do seu campo de atuação. Neste sentido, podemos afirmar que a maior parte do que se tem feito em Matemática é *inútil* para grande parte dos matemáticos.

De qualquer forma, se um modelo é inadequado para atingir determinados objetivos, é natural tentar caminhos que permitem construir outro melhor ou, então, analisá-lo, de modo comparativo, tomando como referência um outro já existente. O modelo nunca encerra uma verdade definitiva, pois é sempre uma aproximação conveniente da realidade analisada e, portanto, sujeito a mudanças - este processo dinâmico de busca a modelos adequados, como protóticos de determinadas entidades, é o que se convencionou chamar de *Modelagem Matemática* - vale ressaltar que uma ação pedagógica, eficiente, tem sido realizada por meio deste mesmo caminho.

A modelagem matemática, concentrada no desenvolvimento e análise de modelos, tônica da pesquisa contemporânea, passou a ser uma arte em si mesma. Na verdade, muito do que já se produziu em matemática tem sido re-direcionado para a construção de modelos e teorias emergente, procurando justificar-se a partir de aplicações - é o caso da teoria fuzzy, teoria do caos e bifurcações, teoria dos fractais, entre outras.

Vale ressaltar que não estamos aqui desconsiderando a importância da matemática pura ou que toda teoria construída de modo dedutivo, no estilo formalista, deva ser de alguma maneira aplicável. Na verdade, sempre foi consenso que para ser um bom físico ou bom engenheiro, o indivíduo deve ter um bom conhecimento de matemática. O que podemos afirmar, de modo geral, é que a evolução no campo da matemática e em várias outras áreas do conhecimento, auxiliada em grande parte pela informática, propiciou o destaque do matemático aplicado.

A *matemática aplicada* é essencialmente inter-disciplinar e sua atividade consiste em tornar aplicável alguma estrutura matemática fora do seu campo estrito; a modelagem, por sua vez, é um instrumento indispensável da Matemática Aplicada A construção matemática pode ser entendida, neste contexto, como uma atividade em busca de sintetizar idéias concebidas a partir de situações empíricas que estão quase sempre, escondidas em num emaranhado de variáveis. Fazer matemática, nesta perspectiva, é aliar, de maneira equilibrada, a abstração e a formalização não perdendo de vista a fonte originária do processo. Desse modo, numa retomada aos fundamentos, o caminho tomada pela *matemática aplicada*, em especial pela modelagem matemática, se aproxima da concepção platônica no que se refere à construção do conhecimento, pois é como se o modelo já estivesse lá, em algum lugar da Matemática. Vale aqui, então, antecipar uma discussão do ponto de vista pedagógico: o desafio do professor, que toma o caminho da modelagem como método de ensino, é ajudar o aluno a compreender, construindo relações matemáticas significativas, cada etapa do processo.

As discussões sobre os fundamentos da Matemática, em geral, re-direcionam seus objetivos e, de algum modo, influenciam os métodos de ensino desta ciência. Desta maneira, é importante notar que, atualmente, temos duas correntes predominantes no que se refere aos objetivos da Matemática: uma, que lhe dá o caráter de ser uma ciência que não necessita retribuir coisa alguma ao mundo exterior e, outra, que procura achar uma ligação, de cada especialidade, com alguma área de aplicação.

Com efeito, a dualidade ressaltada acima está presente nos projetos acadêmicos, com toda expressividade. Por um lado, a *utilidade* como objetivo vem ganhando terreno, em especial no campo da pesquisa. Para se adaptar a esta nova tendência, as universidades têm criado cursos específicos de *matemática aplicada*, nos quais as disciplinas obrigatórias são constituídas de matérias que enfatizam a formulação de modelos. Por outro lado, de modo paralelo aos cursos de *matemática aplicada*, as disciplinas oferecidas nos cursos de Licenciatura em Matemática, cujo objetivo é formar docentes para o ensino fundamental e médio, continuam funcionando no estilo clássico formalista. Sem dúvida, aproximando a nossa afirmação do terreno das conjecturas, com tal formação purista, os futuros profissionais só podem reconhecer a *utilidade* da Matemática pelo fato de ensinar a pensar e raciocinar com precisão.

Naturalmente, ao privilegiar um ensino voltado para os interesses e necessidades da comunidade, precisamos considerar o estudante como um participante, especialmente ativo, do desenvolvimento de cada conteúdo e do curso como um todo - o que não tem sido proposta da prática tradicional.

De um lado, o próprio processo atual de formação do professor não leva o educando a estabelecer um relacionamento relevante entre o que se ensina e o mundo real. Desse modo, esperar que o educando, assim como o professor, mude sua postura, tornando-se um educador voltado para aplicabilidade, colocando a matemática como elemento aglutinador da interdisciplinaridade, é um sonho quase impossível.

De outro lado, se a ênfase, hoje, está mais nos modelos que na teoria, se queremos a matemática, além de elegante, aplicável e outros tantos desejos, como o do professor sentir-se valorizado ao ensinar matemática, devemos imediatamente questionar e repensar o currículo da Licenciatura em Matemática.

Vale aqui a pergunta: *E, então, o que o professor do ensino fundamental e médio deve conhecer para ser um bom professor de matemática?*

Numa busca de respostas a pergunta acima, o Conselho Estadual de Educação do Paraná já deu os primeiros passos. Estão organizando, juntamente com os professores de universidades do Paraná, um programa básico que deverá ser articulado/discutido em todos os cursos de Licenciatura em Matemática do Estado.

Nossa sugestão é que as sociedades científicas e educacionais brasileiras como SBEM, SBMAC, SBM, SBPC, e outras, iniciem, num esforço conjunto, discussões nesta direção, procurando delinear um programa equilibrado de disciplinas que visem a formação do professor de matemática, frente as transformações em processo no campo da Ciência, numa relação mais orgânica com as exigências emergentes do social e do econômico em termos globais.

Naturalmente, uma questão bem pouco significativa, até há algum tempo, em termos de aquisição de conhecimento matemático também se impõe: "como ensinar matemática de maneira que se torne um assunto agradável para a maioria, incluindo alunos e professores?"

Antes de tentar uma resposta para esta questão queremos salientar que a palavra agradável pode ser relativizada, segundo suas várias conotações. Procurando uma resposta pouco sofisticada em termos filosóficos assim como assegurando uma certa objetividade, entendemos por matemática agradável aquela que se faz sentir tanto elegante e funcional, como formal e aplicável e, ainda, bonita e útil. Em suma, uma matemática interessante e útil, que não se distancia demasiadamente do conteúdo programático básico existente, pelo menos enquanto tal conteúdo não for repensado / reorganizado.

Naturalmente, conseguir este equilíbrio entre o formalismo e a aplicabilidade pode parecer, a princípio, um objetivo inatingível, principalmente quando consideramos a formação inadequada do professor e os fatores sócio-político-econômicos que envolvem todo o processo, cujos efeitos sentidos em nossas salas de aula, em geral, não podem ser transformados independentemente de suas origens. Esta questão não é nova - a inclusão de aspectos de aplicação e, mas recentemente, da *resolução de problemas e modelagem matemática*, já têm sido defendida por muitos educadores.

A nosso ver, a Modelagem Matemática utilizada como estratégia de ensino- aprendizagem é um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável. Tal processo, que consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, resolvê-los e, então, interpretar suas soluções na linguagem do mundo real, é um processo dinâmico e atraente. Uma modelagem eficiente permite fazer previsão, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. De fato, da nossa experiência como professor e formador de professores, os processos pedagógicos voltados para as *aplicações*, em oposição aos procedimentos de cunho formalista, freqentemente podem levar o educando a compreender melhor os argumentos matemáticos, encorporar conceitos e resultados de modo mais significativo e, se podemos assim afirmar, criar predisposição para aprender matemática porque passou, de algum modo, a compreendê-la e valorizá-la.

É claro, no entanto, que o desenvolvimento de um trabalho pedagógico voltado para as *aplicações*, não é tão simples, principalmente, quando se pensa nas estruturas atuais dos cursos regulares. Sobre este último aspecto vale destacar que os obstáculos mais comuns podem ser assim considerados:

- Os cursos regulares possuem um programa já definido e a proposta é de cumpri-lo na íntegra - o processo da modelagem pode ser um caminho muito lento, considerando seu natural envolvimento interdisciplinar, isto é, o tempo disponível pode não ser suficiente;

- O uso de modelagem foge da rotina do ensino tradicional e os educandos, não acostumados ao processo, podem se sentir impotentes / incapazes frente às exigências de uma aula do tipo. Em geral, os alunos vêem o professor como aquele que vai transmitir o conhecimento - colocá-los no centro do processo de ensino-aprendizagem, como responsáveis pelos resultados pode torná-los apreensivos e até apáticos.

- A formação heterogênea dos alunos, no que se refere ao grupo, pode dificultar o relacionamento entre os conhecimentos teóricos adquiridos com a situação prática estudada;

- O professor não se sente confiante em desenvolver modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de ser colocado em alguma situação embaraçosa frente aos alunos, quanto às aplicações da matemática em áreas que desconhecem;

- Alguns professores ainda acreditam que a Matemática deve preservar "sua precisão absoluta e intocável, sem qualquer relacionamento com o contexto sócio-cultural e político" (D'Ambrósio, 1993).

Da nossa experiência e discussões com outros colegas que trabalham com modelagem em cursos regulares, podemos reconhecer encaminhamentos para a solução de alguns dos obstáculos apontados. A falta de tempo para *cumprir o programa* e a inércia dos estudantes frente a dinâmica de um processo de modelagem podem ser contornadas quando o professor vai adquirindo habilidades para encontrar o momento oportuno para fazer a sistematização de cada parte do conteúdo trabalhado e utilizar adequadamente, analogias com outras situações problemas.

De uma forma ou de outra, a questão da formação do professor já deixou, há algum tempo, de ser encaminhada a partir de atitudes de cunho intuitivo. Há, hoje, em termos de Brasil e de mundo muita discussão à respeito da formação de professores, com vários encaminhamentos no campo da investigação e da prática propriamente dita.

Entretanto, sem querer ser simplista, nós diríamos que a deficiência do professor de matemática não está no conjunto de conteúdos matemáticos aprendidos - muitas vezes, ele estudou matemática de modo excessivo, tendo como referência os conteúdos que ele precisa ensinar nos cursos do ensino fundamental e médio -, mas sim na essência do processo que orientou sua formação. Isto é, em geral, as disciplinas são tratadas de modo independente uma das outras, consideradas como prontas/acabadas, sem origem e sem futuro e, quase sempre apresentadas/desenvolvidas sob o regime formalista dos teoremas e suas demonstrações; as aplicações, quando sugeridas, só dizem respeito ao próprio conteúdo recém-ensinado. Em resumo, a matemática trabalhada, num programa tradicional da Licenciatura, tem sido inteiramente privada de originalidade/criatividade e apresenta-se desvinculada da fonte geradora dos conteúdos que a constituem.

Desse modo, quando pensamos num professor de matemática, formado nestes termos - o que é fato em quase todos países -, naturalmente reconhecemos as dificuldades que ele terá de superar de modo a tornar suas aulas mais interessantes, isto é, conseguir que os alunos participem efetivamente. Na verdade, este problema é geral, porém, nos países em desenvolvimento ele é muito mais sensível que nos países ditos desenvolvidos, dado que a própria dinâmica da evolução científica acaba orientando a busca de uma situação mais técnica.

Com relação à investigação, apesar desta ser ainda bastante acanhada no Brasil - onde a questão burocrática quase sempre supera a competência / talento - a valorização da pesquisa em Educação Matemática tem impulsionado a formação de um contingente expressivo de mestres e doutores nesta área. Este fenômeno, certamente, resultará num fator de mudanças no campo da aprendizagem e do ensino de matemática em nosso país.

Vale aqui ressaltar que consideramos ter dado, na Universidade Estadual de Campinas - IMECC / UNICAMP, um primeiro passo para transformar o problema da formação do professor de matemática, ao implantar a disciplina "Modelos Matemáticos", ministrada no último ano, no programa de Licenciatura em Matemática (curso vespertino). O enfoque central desta disciplina é procurar um equilíbrio harmonioso entre a teoria e a prática, mostrando o valor intrínseco da matemática, assim como sua plasticidade e beleza, enquanto ferramenta para o entendimento de outra áreas do conhecimento.

Nossa proposta, entretanto, é mais abrangente que a simples introdução de uma disciplina do tipo, em todos os cursos de licenciatura do país, visto que isto somente ajudaria a atacar uma parte intermediária do problema e, certamente, com efeitos a longo prazo. Na verdade, consideramos que as *extremidades do iceberg* têm que ser consideradas. Se, por um lado, devemos pensar na formação do aluno da Licenciatura, refletindo sobre as condições que resultem em vigor, competência, segurança e interesse para ministrar a disciplina em questão, por outro lado, o contingente de professores atuantes no ensino fundamental e médio precisa ser aperfeiçoado e capacitado, para esta nova prática de ensino. Assim, de modo a encaminhar soluções para a segunda preocupação, deixamos uma sugestão, por vezes já vivenciada, de um programa para formação de professores, tendo como foco central a modelagem matemática.

Modelagem Matemática: uma disciplina para formação de professores

Objetivos

- enfatizar aplicações matemáticas, usando as técnicas de modelagem como procedimento, de modo a desenvolver, no educando, capacidades e atitudes criativas na direção da resolução de problemas;

- desenvolver o espírito crítico do educando de modo que ele possa entender e interpretar a Matemática em todas as suas facetas;

- preparar o educando para utilizar a matemática como uma ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.

- propor um “enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla; partindo da realidade, encaminhar a ação cognitivo e a proposta pedagógica dentro de um enfoque cultural - numa relação estreita com as diretrizes de um Programa de Etnomatemática” (D’Ambrósio, 1990).

Programa

I - Fundamentos da Matemática

II - A Modelagem como método científico do conhecimento

Sugestão bibliográfica

1. Davis, P. J. e Hersh, R. *A Experiência Matemática*, Rio de Janeiro, Editora Francisco Alves, 1985.

2. Bunge, M. *Teoria da Realidade* São Paulo, Editora Perspectiva, 1974.

3. Garding, L. *Encontro com a Matemática*, Brasília, Editora Univ. Brasília, 1971.

4. D’Ambrósio, U. *As matemáticas e o seu Contorno sócio-cultural*, in: Enseanza Científica e Tecnológica, 42, pp. 70-81, Sevilha, 1990.

5. D’Ambrósio, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre Educação Matemática*, Campinas, Ed. Sammus, 1986.

III - Discussão sobre modelos matemáticos clássicos e analogias

Exemplos e discussão sobre:

- Modelos de dinâmica populacional (Malthus, Verhurst, Volterra, entre outros);

- Modelos de Epidemiologia;

- Modelos clássicos da Física (sistemas mecânicos e analogias com sistemas elétricos);

- Modelos compartimentais;

- Modelos de Economia (dívida, poupança, entre outros).

Sugestão Bibliográfica

1. Bassanezi, R. C. & Ferreira Jr, W. C. *Equações Diferenciais com Aplicações*, São Paulo, Ed. Harbra, 1988.

2. Batschelet, E. *Introdução a Matemática para Biocientistas*, São Paulo, EDUSP, 1984.

3. Weber, J. E. *Matemática para Economia e Administração*, São Paulo, Ed. Harbra, 1977.

4. Fiqueiredo, D. G. *Equações Diferenciais Aplicadas*, Rio de Janeiro, Editora IMPA, 1985.

IV - Crítica e Construção de Modelos Alternativos

- Reformulação de modelos: novas hipóteses e críticas aos modelos clássicos;
- Estudo sobre Etnomatemática;
- Pesquisa de campo e formulação de problemas matemáticos.

Sugestão Bibliográfica

1. SBEM, *A Educação Matemática em Revista*, Etnomatemática, 1, 1993.

2. D'Ambrósio, U. *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer*, São Paulo, Editora Ática, 1990.

3. Bassanezi, R. C. & Biembengut, M. S. *A Gramática dos Ornamentos e a Cultura de Arica*, Relatório Técnico 08/87, IMECC-UNICAMP, Campinas, 1987.

4. Bassanezi, R. C. *Técnicas de Modelagem* (no prelo), 1999.

V - Técnicas do processo de modelagem

- Escolha de temas;
- Levantamento de dados;
- Ajustes de curvas;
- Construção de modelos;
- Modelos alternativos: discussões e críticas. Este tópico deve seguir de perto a sequência de etapas que organizam um processo de modelagem, isto é:

  a. Trabalha-se com a indução que está relacionada com a analogia e percepção das observações dos outros e das teorias existentes;
  b. Usa-se a dedução para a construção de modelos e suas conclusões;
  c. Quando possível, vale fazer a validação do modelo ou a previsão dos fenômenos ainda não observados.

Sugestão Bibliográfica

1. Bassanezi, R. C. *Modelagem Matemática*, in: Dynamis, Blumenau, Universidade de Blumenau, p. 55-83, 1994.

2. Trota, F., Imenes, L. M. & Jakubovic, J. *Matemática Aplicada 2o. grau*, São Paulo, Ed. Moderna, 1979.

3. Boldrini e outros *Álgebra Linear*, São Paulo, Ed. Harbra, 1980.

- Modelagem com modelos elementares;

- Transformação de modelos com equações diferenciais em modelos com equações de diferenças finitas, um conteúdo que pode facilmente ser desenvolvido no ensino fundamental e médio. Correlação entre variações contínuas (derivadas) e variação médias, progressões geométricas com crescimento exponencial, entre outras.

- Modelagem com geometria e trigonometria

  Exemplos:

  - Dinâmica populacional de uma colméia;
  - Construção de favos de um colméia;
  - Crescimento de peixes;
  - Plantação de batatas;
  - Ornamentos, entre outros.

Sugestão Bibliográfica

1. Totta, F., Imenes, L. M. P. & Jakubovic. J. *Matemática Aplicada para o 2o. grau*, São Paulo, Editora Moderna, 1979.

2. Bassanezi, R. C. & Biembengut, M. S. *A gramática dos ornamentos e a cultura Arica*, Relatório Técnico 8/87, IMECC-UNICAMP, 1987.

3. Bassanezi, R. C. & Biembengut, M. S. *Donald na Matematicalândia*, in: Bolema, UNESP - Rio Claro, 7 (8), pp. 15-37, 1992.

4. Batschelet, E. *Introdução à Matemática para Biocientistas*, São Paulo, EDUSP, 1984.

Naturalmente, a disciplina detalhada acima está sujeita a vários tipos de modificações, em especial no que diz respeito à estrutura escolar vigente e às condições ambientais. É importante comentar, no entanto, que nas diversas vezes que seguimos a orientação / discussão apresentada, de modo a ajudar professores a apropriar-se da modelagem matemática como método de ensino, esta se deu com relativo êxito, revelando que pode ser um dos caminhos para desenvolver processos de aprendizagem significativos.

Neste sentido, já existe grupos de professores atuantes, em diferentes espaços de formação, discutindo e vivenciando a Modelagem Matemática como um caminho para a aprendizagem da Matemática. Tais dinâmicas têm sido do tipo: cursos regulares com programas pré-estabelecidos, programas de formação de professores, cursos de educação de adultos, cursos para profissionais em serviço - biólogos, agrônomos e outros -, cursos com abordagens específicas em grupos étnicos ou de profissionais - índios, garimpeiros, entre outros - e, mais recentemente, como disciplina do programa de Licenciatura em Matemática.

Podemos considerar que ao longo destes anos, o espírito universitário tem passado por transformações, no Brasil e em outros países, que fazem sentir seus efeitos na educação matemática. Um reflexo deste movimento está, como dissemos, na procura, cada vez maior, pelos cursos de pós- graduação desta área. Aqui temos algumas restrições em relação à forma como estes cursos são estruturados - mas, naturalmente, este é um assunto para outra ocasião.

Resumindo o que até aqui se afirmou, tomando cuidado contra as simplificações, podemos dizer que estamos pensando num ensino mais dinâmico e abrangente, visando uma Licenciatura em Matemática construída por meio da realização de projetos, de ações pedagógicas que inclua as aplicações em matemática de modo significativo. Tais projetos poderão ser realizados a distância - via diferentes tecnologias emergentes - ou a partir de cursos específicos / localizados.

Agradecimentos: As idéias formuladas neste texto estavam originalmente mergulhadas num emaranhado desconexo de sugestões. Esta versão só foi possível graças á colaboração e parceria da amiga Do Carmo a quem somos muito gratos.

Referências

[1] Bassanezi, R. C. *Modelagem Matemática*, in: Dynamis, Blumenau, Univ. de Blumenau, pp. 55-83, 1994.

[2] Bassanezi, R. C. & Ferreira Jr, W. C. *Equações Diferenciais com Aplicações*, São Paulo, Ed. Harbra, 1988.

[3] Bunge, M. *Teoria e Realidade*, São Paulo, Editora Perspectiva, 1974.

[4] D'Ambrósio, U. *Etnomatemática: um programa*, in: Educação Matemática em Revista, 1, pp. 5-18, 1993.

[5] D'Ambrósio, U. *Da realidade à ação: Reflexões sobre Educação Matemática*, Campinas, Ed. Summus, 1986.

[6] Davis, P. J. & Hersh, R. *A Experiência Matemática*, Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1986.

[7] Do Carmo, M. P. *Ciência Pura e Ciência Aplicada*, in: Matemática Universitária, 3, pp. 24-28, 1986.

[8] Moura, M. *A Formação como Solução Construída*, in: Educação Matemática, SBEM, São Paulo, 1 (1), pp. 1-15, 1993.