MS715 - Planejamento e Controle da Produção Primeiro Semestre de 2010 - Prof. Moretti

Tipos de Estoques

- 1. Matéria-Prima: recursos necessários na produção ou atividade de processamento de uma empresa.
- 2. Componentes: subprodutos, i.e., itens ainda não terminados
- 3. "Work-in-Process (WIP)": estoque esperando para ser processado ou sendo processado. O nível de WIP é usado como medida de eficiência do processo de produção.
- 4. Itens Terminados: produtos finais do processo produtivo.

Motivações para se manter estoque

- 1. Economia de escala: Ao se produzir um lote de um item específico, a linha de produção precisa ser reconfigurada e as máquinas recalibradas. Isto provoca um custo de setup que pode ser amortizado, caso a empresa produza a mais e estoque para o futuro.
- 2. Incertezas: Incertezas na demanda é uma boa motivação para se produzir um certo item a mais e estocá-lo, pois, o cliente quer o item disponível imediatamente e se a empresa não puder atendê-lo então o cliente irá procurar o item em outro lugar (temporariamente ou não). Outra incerteza que motiva o uso de estoque é o "Tempo de reposição (Lead-Time)", isto é, o tempo gasto entre o pedido do material e sua chegada.
- 3. Especulação: Se o valor de um item tem uma expectativa de aumentar então pode ser econômico compara uma grande quantidade destes itens e estocá-los e assim adiar para o futuro o pagamento do item a um preço maior.
- 4. Transporte: Quando o tempo de transporte é grande há uma motivação para se construir estoques. Exemplo: o transporte de petróleo do Oriente Médio para os Estados Unidos, como a viagem é demorada, os EUA tem um dos maiores estoques de petróleo do mundo.
- 5. Logística: Algumas restrições podem surgir na compra, produção ou distribuição de itens que forcem a manutenção de estoque. Por exemplo, o item deve ser comprado em quantidades mínimas ou a logística de manufatura impede que o estoque seja reduzido a zero.

Características de Sistemas de Estoques

- 1. Demanda:
 - (A) Constante versus Variável
 - (B) Conhecida versus Aleatória
- 2. Tempo de Reposição
- 3. Tempo de Revisão:
 - (A) Contínuo
 - (B) Periódico

4. Excesso de Demanda

- (A) "Back-Ordered": a ser satisfeita no próximo período produtivo.
- (B) Perdida
- 5. Perecível: alguns itens se tornam obsoletos ou se estragam com o tempo.

Custos Relevantes

[A] Custos de Manutenção

É a soma de todos os custos envolvidos no processo de estocagem:

- Custo do espaço físico utilizado
- Taxas e seguros
- Quebras e deterioração
- Custo de oportunidade de investimento alternativo

O custo de manutenção, h, em termos de unidades monetárias (reais, dólares) por unidade por ano é dado por:

$$h = Ic$$

onde

- \bullet c = valor de uma unidade em estoque
- I = taxa anual de juros (agregada por custo de capital, taxas e seguros, custo de armazenagem, etc)

Nós podemos pensar que o custo de manutenção é um agregado dos seguintes custos:

O que quer dizer que nós pagamos 37 centavos para cada 1 real investido em estoque durante o período de 1 ano. Contudo, como a medida usada em estoque é unidade e não Reais, é conveniente expressar o custo de manutenção em termos de Reais por unidade por ano ao invés de Reais por Reais por ano. O que explica a fórmula h=Ic.

[B] Custo ao fazer um Pedido

$$C(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x = 0 \\ K + cx & x > 0 \end{cases}$$

onde C(x) é o custo de encomendar (ou produzir) x unidades.

[C] Custo de Penalização

Custo de não ter estoque suficiente para satisfazer a demanda. No caso da demanda ser "backordered" o custo de penalização inclue custos pelo atraso. No caso de demanda perdida, ele inclui o lucro perdido pela não-venda podendo também incluir o custo de "perda-de-confiança".

2

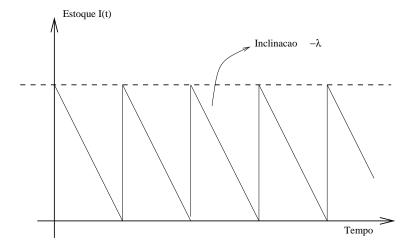
Modelo EOQ (Economic Order Quantity)

Hipóteses

- 1. Taxa de demanda é conhecida e é uma constante λ por unidade de tempo (dias, semanas, meses, anos).
- 2. Falhas ao atender a demanda não são permitidas.
- 3. Não há tempo de reposição, isto é, a reposição é feita de maneira instantânea.
- 4. Os custos considerados incluem:

custo de setup custo de se fazer um pedido custo de manter estoque

Assuma sem perda de generalidade que o estoque em mãos no tempo zero seja zero. Falhas ao atender a demanda não são permitidas então devemos fazer um pedido em t=0. Como assumimos que o tempo de reposição é zero a reposição será imediata.



O objetivo é encontrar Q que minimize o custo médio por unidade de tempo. vamos assumir que a unidade de tempo seja de um ano, logo, queremos minimizar o custo anual médio.

Cada ciclo começa com Q unidades e termina com zero unidades em estoque. As unidades são consumidas a uma taxa constante de λ unidades, logo, o tamanho do ciclo será $T=\frac{Q}{\lambda}$ e o custo de fazer um pedido é

$$C(Q) = K + cQ$$

O custo médio anual G(Q) é dado por

$$G(Q) = \frac{K + cQ}{T} + h\frac{Q}{2}$$
$$= \frac{K + cQ}{Q/\lambda} + h\frac{Q}{2}$$
$$= \frac{K\lambda}{Q} + \lambda c + h\frac{Q}{2}$$

O custo G(Q) é formado por três custos :(1) custo anual de Setup $(\frac{K\lambda}{Q})$; (2) Custo de compra anual (λc) ; (3) custo de manutenção anual $(h\frac{Q}{2})$.

Para minimizar G(Q):

$$G'(Q) = -\frac{K\lambda}{Q^2} + \frac{h}{2}$$

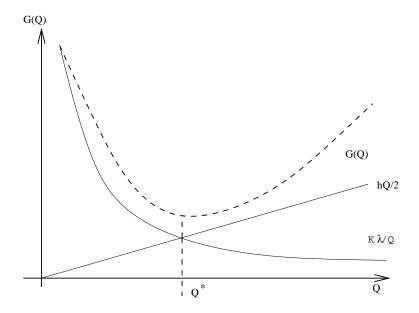
e

$$G"'(Q) = \frac{2K\lambda}{Q^3} \quad \text{para} \quad Q > 0$$

Como G"(Q)>0 temos que G(Q) é uma função convexa em Q. O valor ótimo ocorre quando G'(Q)=0, ou seja,

$$-\frac{K\lambda}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0 \longrightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}}$$

 Q^* 'e chamado de EOQ.



Exemplo 1: Uma papelaria vende lápis HB02 a uma taxa constante de 60 lápis por semana. Os lápis custam 2 centavos cada e são vendidos a 15 centavos cada. A papelaria paga R\$ 12 reais para iniciar um pedido, os custos de manutenção são baseados em uma taxa anual de 25%. Determine o número ótimo de lápis a serem comprados pela papelaria e o tempo entre pedidos. Quais são os custos de setup e de manutenção anuais?

Solução:

Primeiro devemos converter a demanda (que é semanal) para anual, de tal maneira de que ela fique consistente com a taxa de juros que é anual. Logo, a demanda anual será $\lambda=60\times52=3120$. O custo de manutenção h é dados por $h=Ic=0.25\times0.02=0.005$ e

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 12 \times 3120}{0.005}} = 3870$$

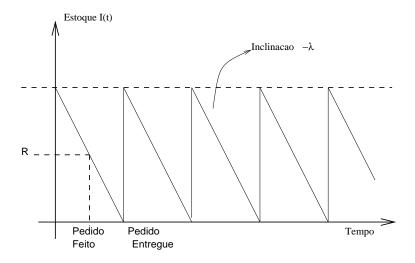
• O tamanho do ciclo é $T=\frac{Q}{\lambda}=\frac{3870}{3120}=1.24$ anos.

- O custo de manutenção médio anual é $h^Q_{12}=0.005 imes rac{3870}{2}=$ R\$9,675 reais.
- O custo médio anual de setup é $\frac{K\lambda}{Q}=$ R\$9,675 reais.

Observação: A solução ótima não depende do preço de venda de R\$ 0.15 reais. Mesmo que o lápis fosse vendido a R\$ 2,00 reais o modelo recomendaria a mesma quantidade, porque os lápis são vendidos a uma taxa de 60 por semana não importa a que preço. Isto é uma simplificação, pois, é razoável assumir que a demanda é estável para um certo intervalo de preço.

Incluindo o Tempo de reposição no Pedido

Como estamos considerando o tempo de reposição, devemos fazer o pedido antes que o estoque chegue ao nível zero. Vamos definir como R, o nível em que o estoque deve estar para que façamos o pedido e a compra chegue ao mesmo tempo em que o estoque zerar. É fácil de se ver que $R=\lambda \tau$, onde λ é taxa constante de demanda e τ é igual ao tempo de reposição para a chegada do produto comprado.



Suponha que no exemplo anterior, os lápis demorem 4 semanas para chegarem então o tempo ótimo do pedido de reposição será $R=\lambda \tau=3120 \times \frac{4}{52}=1.040$

Se o tempo de reposição não exceder o tamanho do ciclo (i.e., T) então não há nenhum problema. Caso contrário, precisamos fazer um pequeno ajuste. Por exemplo, considere um item com EOQ igual a 25, uma taxa de demanda igual a 500 unidades por ano e um tempo de reposição de 6 semanas. O tamanho do ciclo para este problema é $T=\frac{25}{500}=0.05$ anos, ou seja, 0.05*52=2.6 semanas. O que nos dá $\frac{\tau}{T}=\frac{6}{2.6}=2.31$, isto quer dizer que há 2.31 ciclos durante o tempo de reposição. Portanto, o pedido deve ser feito 2.31 ciclos antes.

Para calcularmos o nível de estoque em que faremos os pedidos basta fazer o pedido 0.31 ciclos na frente, porque o nível de estoque em mãos é o mesmo no ponto 2.31 ou 0.31 antes de chegar o pedido. Neste caso, 0.31 ciclos é igual a 0.05*0.31=0.0155 anos e o nível de estoque $R=(0.0155*500)=7.75\approx 8$. Em geral quando $\tau>T$, nós usamos o seguinte procedimento:

- 1. Calcule $\frac{\tau}{T}$;
- 2. Considere apenas a parte fracionária da divisão. Multiple esta fração pelo comprimento do ciclo para convertê-lo de novo para anos.
- 3. Multiplique o resultado em (2) pela taxa de demanda para obter o nível de estoque em que será feito o pedido.

Exemplo 2: Um fabricante de móveis produz cadeira de metal a uma taxa de 200 por mês. Cada cadeira requer 40 parafusos niquelados que são comprados de um fornecedor de outra cidade. Os parafusos custam R\$ 0,03 centavos cada. Custos de entrega, de recebimento do material e armazenagem dos parafusos são da ordem de R\$ 100 reais por pedido, independentemente do tamanho do pedido. A firma usa uma taxa de juros de 25% ao ano para detrminar o custo de manutenção. A firma deseja estabelecer um pedido padrão para seu fornecedor e está considerando várias alternativas. Qual deveria ser o pedido padrão?

Solução:

- A demanda anual para os parafusos é $200 \times 12 \times 40 = 96000$ parafusos por ano.
- O custo de manutenção por parafuso é $h = Ic = 0.25 \times 0.03 = 0.0075$
- $\bullet~$ O tamanho do lote ótimo é $Q^* = \sqrt{\frac{2\times 100\times 96000}{0.0075}} = 50597$
- O tamanho do ciclo é $T=\frac{Q}{\lambda}=\frac{50597}{96000}=0.53$, o que corresponde a aproximadamente seis meses.

Exercícios:

- [1] Um Coffee Shop vende café colombiano a uma taxa de 280 quilos por ano. Os grãos são comprados de um fornecedor local a R\$ 2,40 reais por quilo. A cafeteria estima que custa a ela R\$ 45,00 reais em papéis e trabalho para fazer um pedido e os custos de manutenção são baseados em 20% de taxa de juros anual.
- (a) Determine a quantidade ótima de café Colombiano a ser pedido;
- (b) Qual será o tempo entre pedidos?
- (c) Qual é o custo de manutenção anual médio? E o de setup?
- (d) Se o tempo de reposição (Lead-Time) é de 3 semanas, determine o nível de estoque de quando o pedido for feito.
- [2] Uma oficina instala cerca de 1250 escapamentos por ano, 18% dos quais são importados. Todos os escapamento importados são comprados de um fornecedor local a um custo de R\$ 18,50 reais cada. A oficina usa um custo de manutenção baseado em uma taxa d ejuros anual de 25%. O custo de setup para fazer um pedido é estimado em R\$ 28,00 reais.
- (a) Determine o número ótimo de escapamento importados que a oficina deve comprar cada vez que fizer um pedido.
- (b) Se o tempo de reposição for de seis semanas, qual é o nível de estoque em que o pedido deve ser feito?
- [3] Uma oficina compra dois tipos de parafusos: Atarraxantes e Sextavados. Os sextavados custam R\$ 0,15 centavos e os atarraxantes custam R\$ 0,38 centavos. Um custo de setup de R\$ 100,00 reais é pago toda vez em que se faz um pedido. Isto inclue o custo de rastrear e receber os pedidos. Custos de manutenção são baseados em uma taxa de juros anual de 25%. A oficina usa uma média anual de 20000 parafusos sextavados e 14000 atarraxantes.
- (a) Determine o tamanho ótimo do pedido para os parafusos e o tempo ótimo dos pedidos destes dois itens.
- (b) Se os dois itens são pedidos e recebidos simultâneamente, o custo de setup de R\$ 100,00 reais se aplica ao pedido combinado. Compare os custo anuais médios de setup e de manutenção se os parafusos

forem pedidos sepradamente; se eles forem pedidos quando os parafusos sextavados chegam e se eles forem pedidos quando os atarraxantes chegam.

- [4] Uma loja de alimentos vende seus produtos pelo país inteiro. O seu dono estima que a demanda para os seus salames é da ordem de 175 unidades por mês. Os salames custam R\$ 1,85 reais cada. O custo fixo de pedir os salames para seu fornecedor é R\$ 200,00 por pedido. Leva cerca de três semanas para os salames chegarem e ele calcula os custos de manutenção baseado numa taxa anual de 22%, um custo de 3% do valor do item para o espaço nas prateleiras e de 2% do valor para outras taxas e seguro.
- (a) Quantos salames ele deve comprar? e a que freqüencia?
- (b) Quantos salames ele vai ter no estoque quando fizer um pedido?
- (c) Suponha que os salames sejam vendidos a R\$ 3,00 reais. Os salames são lucrativos para o dono da venda? Se sim, qual é o seu lucro anual?
- (d) Se os salames tem validade de 4 semanas, qual é o problema com a política encontrada em (a)? Que política ele deve usar neste caso? Isto continuaria sendo lucrativo?

Sensibilidade

É importante ressaltar que o termo Sensibilidade não tem a mesma conotação que o termo em PL. Neste caso, queremos saber quão sensível é a função a erros nos cálculos de Q. Vamos introduzir este conceito através deum exemplo.

Exemplo: Suponha que a papelaria do exemplo anterior faça pedidos em lotes de 1000 lápis ao invés dos 3870 que corresponde ao tamanho do lote ótimo dado pelo Modelo EOQ. Qual é o custo adicional ao se usar $\overline{Q}=1000$ ao invés de $Q^*=3870$?

Considere a função que mede o custo anual médio $G(Q)=K\frac{\lambda}{Q}+h\frac{Q}{2}$. Portanto,

$$G(1000) = \frac{12 \times 3120}{1000} + \frac{0.005 \times 1000}{2} = \text{R$39,94}$$
 enquanto que
$$G(3870) = \frac{12 \times 3120}{3870} + \frac{0.005 \times 3870}{2} = \text{R$19,35}$$

Vamos derivar uma expressão geral. Seja G^* o custo anual para a solução ótimo do Modelo EOQ, isto é,

$$G^*(Q^*) = K\frac{\lambda}{Q^*} + h\frac{Q^*}{2}$$

$$G^*(Q^*) = K\frac{\lambda}{Q^*} + h\frac{Q^*}{2}$$

$$= \frac{K\lambda}{\sqrt{\frac{2K\lambda}{h}}} + \frac{h}{2}\sqrt{\frac{2K\lambda}{h}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{2K\lambda}{hK^2\lambda^2}}} + \sqrt{\frac{2K\lambda h^2}{4h}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{hK\lambda}}} + \sqrt{\frac{K\lambda h}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{K\lambda h}{2}} + \sqrt{\frac{K\lambda h}{2}}$$

$$= 2\sqrt{\frac{K\lambda h}{2}}$$

$$= \sqrt{2K\lambda h}$$

Portanto,

$$\frac{G(Q)}{G^*} = \frac{\frac{K\lambda}{Q} + h\frac{Q}{2}}{\sqrt{2K\lambda h}}$$

$$= \frac{K\lambda}{Q\sqrt{2K\lambda h}} + h\frac{Q}{2\sqrt{2K\lambda h}}$$

$$= \frac{1}{Q\sqrt{\frac{2K\lambda h}{K^2\lambda^2}}} + \frac{1}{2\sqrt{\frac{2K\lambda h}{Q^2h^2}}}$$

$$= \frac{1}{Q\sqrt{\frac{2h}{K\lambda}}} + \frac{1}{2\sqrt{\frac{2K\lambda h}{Q^2h^2}}}$$

$$= \frac{1}{Q\sqrt{\frac{2h}{K\lambda}}} + \frac{Q}{2\sqrt{\frac{h}{2K\lambda}}}$$

$$= \frac{1}{Q\sqrt{\frac{2K\lambda}{h}}} + \frac{Q}{2\sqrt{\frac{h}{2K\lambda}}}$$

$$= \frac{1}{2Q}\sqrt{\frac{2K\lambda}{h}} + \frac{Q}{2\sqrt{\frac{h}{2K\lambda}}}$$

$$= \frac{1}{2Q}Q^* + \frac{Q}{2}\frac{1}{Q^*}$$

$$= \frac{1}{2}(\frac{Q^*}{Q} + \frac{Q}{Q^*})$$

Usando este resultado no exemplo anterior temos que

$$\frac{G(Q)}{G^*} = \frac{1}{2}(\frac{Q^*}{Q} + \frac{Q}{Q^*})$$

Logo,

$$\frac{G(1000)}{G^*} = \frac{1}{2}(\frac{3870}{1000} + \frac{1000}{3870}) = 2.06$$

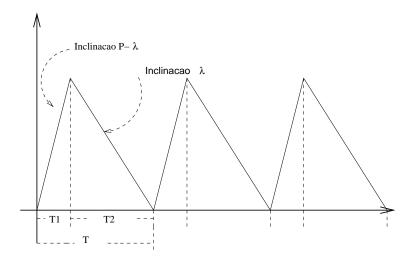
O que quer dizer que o custo anual médio de setup e manutenção é 2.06 mais caro quando usamos Q=1000 ao invés de $Q^*=3870$.

Extensão para uma Taxa de Produção Finita

Uma hipótese implicíta no Modelo EOQ é de que os itens são obtido de um fornecedor externo e então é razoável assumir que o lote inteiro é entregue ao mesmo tempo. Se não é este o caso, ou seja, as unidades são produzidas internamente então para que possamos usar o Modelo EOQ temos que assumir que a taxa de produção é infinita. O que não é realista! Se tentarmos usar o Modelo EOQ supondo que a taxa de produção é finita podemos obter resultados bizarros.

Ao assumirmos que a taxa de produção é finita então precisamos precisamos fazer algumas modificações no Modelo EOQ. Suponha que os itens são produzidos a uma taxa $P < \infty$ e que $P > \lambda$, onde

 λ é a taxa de demanda (assumida ser constante). Observe abaixo que o gráfico que descreve os níveis de estoque, no caso de produção finita, é diferente do Modelo EOQ



Seja

- Q o tamanho de cada lote produzido;
- T o tempo entre duas rodadas de produção;
- T_1 o tempo em que ocorre a produção (e a demanda também);
- T_2 o tempo em que ocorre só demanda;

Logo, $T = T_1 + T_2$ e observe que agora o nível máximo de estoque não é Q, apesar de ser o tamanho do lote produzido no ciclo. Isto ocorre porque, durante o tempo T_1 , a produção vai sendo consumida ao mesmo tempo pela demanda (constante).

O número de unidades consumidas durante um ciclo é Q, pois, produzimos Q unidades ao longo de T_1 e no final do ciclo estamos com zero unidades no estoque. Assim sendo, temos que $Q = \lambda T$, pois, λT é o número de unidades consumidas ao longo do ciclo (de tamanho T).

Vamos definir H como sendo o nível máximo do estoque durante o ciclo. Logo, $H=(P-\lambda)T_1$, pois, o nível H foi "construído" durante o tempo T_1 e com uma taxa igual a $P-\lambda$, com $P>\lambda$. Mas, $Q=T_1P$, pois, o lote só é produzido durante o tempo T_1 e sabemos que o tamanho dele é Q. Portanto, substituindo $T_1=\frac{Q}{P}$ na equação de H, temos $H=(P-\lambda)\frac{Q}{P}=Q(1-\frac{\lambda}{P})$.

Agora, vamos determinar uma expressão para o custo anual médio. Como o estoque decresce linearmente de H para zero, temos que o nível de estoque médio é $\frac{H}{2}$ e o custo médio de setup é $\frac{K}{T}$. Assim a nossa função-custo fica

$$G(Q) = \frac{K}{T} + h\frac{H}{2} = K\frac{\lambda}{Q} + h\frac{Q}{2}(1 - \frac{\lambda}{P}).$$

Se defirnirmos $h'=h(1-\frac{\lambda}{P})$ e o substuirmos por h teremos

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h'}}$$

Exemplo: Uma empresa produz memórias de computador para vários clientes. O gerente da empresa observou que a demanda é relativamente constante em 2500 unidades por ano. A memória é produzida a uma taxa de 10000 unidades por ano. O departamento de contabilidade determinou que o custo d einiciar uma rodada de produção é da ordem de R\$ 50,00 reais, cada unidade produzida custa R\$ 2,00 reais para a companhia e o custo de manutenção foi calculado com base em 30% de juros anuais. Determine

- (1) o tamanho ótimo do lote numa rodada de produção;
- (2) o tempo total de cada rodada de produção;
- (3) o custo médio anual de setup e de manutenção;
- (4) o maior nível de estoque no ciclo;

Solução:

Vamos primeiro calcular $h = Ic = 0.30 \times 2 = 0.60$ por unidade por ano.

E,
$$h' = h(1 - \frac{\lambda}{P}) = 0.60(1 - \frac{2500}{10000}) = 0.45$$
.

Como
$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h'}} = 745$$
 .

E,
$$T = \frac{Q}{\lambda} = \frac{745}{2500} = 0.298$$
 anos.

O tempo de produção é dado por $T_1=\frac{Q}{P}=\frac{745}{10000}=0.0745$ anos.

O tempo T_2 é dado por $T_2 = T - T_1 = 0.2235$ anos.

O custo médio anual de setup e manutenção é igual a

$$G(Q^*) = \frac{K\lambda}{Q^*} + h'\frac{Q^*}{2} = \frac{50 \times 25000}{745} + \frac{0.45 \times 745}{2} = 335.41$$

Exercícios:

- [1] Uma indústria química produz um composto que é usado como fertilizante de grama. O composto pode ser produzido a uma taxa de 10000 Kg por dia. A demanda anual para o composto é de 600 mil Kg por ano. O custo fixo para iniciar uma rodada de produção é de R\$ 1500,00 reais e o custo variável de produção é de R\$ 3,50 reais por Kg. A empresa usa uma taxa de juros de 22% para o custo do capital e custos de armazenagem e manuseio é de 12% do valor armazenado. Assuma que temos 250 dias de trabalho por ano.
- (A) Qual é o tamanho ótimo do lote de produção para este composto?
- (B) Qual proporção do ciclo de produção consiste o tempo de produção?
- (C) Qual é o custo médio anual de setup e manutenção?
- (D) Se o composto é vendido por R\$ 3,90 por Kg qual é o lucro anual da empresa ao prodzir este item?
 - [2] No problema 1, qual seria o tamanho do lote se a taxa de produção fosse infinita?
- [3] Uma empresa produz filtros de ar para carros. Os filtro são vendidos com exclusividade para uma montadora de carros a uma taxa constante de 200 unidades por mês. A empresa pode fazer os filtros a uma taxa de 50 por hora. O tempo de setup para configurar os equipamentos demora 1.5 hora. O custo por hora de trabalho é da ordem de R\$ 55,00 reais e a fábrica ociosa custa cerca de R\$ 100,00 reais por hora por causa da perda de lucro. A empresa estimou uma taxa anual de 22% para detrminar o custo de manutenção. Cada filtro custa R\$ 2,50 reais para ser produzido; eles são vendidos por R\$ 5,50 reais para a montadora. Assuma 6 horas por dia de trabalho, 20 dias de trabalho e 12 meses por ano.

- (A) Quantos filtros são produzidos em cada rodada de produção para minimizar o custo anual médio de setup e manutenção.
- (B) Asumindo que eles produzam o número ótimo de filtros em cada rodada, qual seria o nível máximo de estoque em mãos em cada ciclo de produção?
- (C) Qual é a porcentagem do tempo de produção em cada rodada?

Modelos de Desconto por Quantidade

Até agora, nós assumimos que o custo unitário é independente do tamanho do lote pedido. Mas, certos fornecedores oferecem descontos para o caso em que o tamanho pedido ultrapasse uma quantidade pré-estabelecida.

Há dois tipos de descontos praticados:

- 1. Todas-Unidades: aplica o desconto em todas as unidades pedidas.
- 2. Incremento: aplica o desconto só nas unidades que ultrapassam os "break-points".

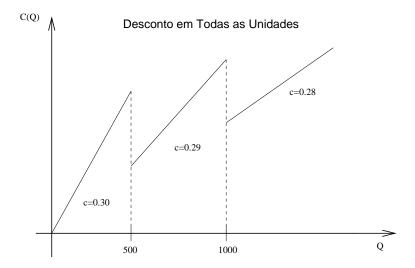
Exemplo: Uma empresa vende sacos plásticos para latas de lixo e tem a seguinte tabela de preços

- Para pedidos menores que 500 a empresa cobra R\$ 0,30 por saco;
- Para pedidos maiores do que 500 e menores do que 1000, ela cobra R\$ 0,29 por saco;
- Para pedidos maiores do que 1000, o saco sai por R\$ 0,28 a unidade.

A função custo do pedido é dada por

$$C(Q) = \left\{ \begin{array}{ll} 0,30Q & \text{se } 0 \leq Q < 500 \\ 0,29Q & \text{se } 500 \leq Q < 1000 \\ 0,28Q & \text{se } 1000 \leq Q. \end{array} \right.$$

A função C(Q) é mostrada na figura abaixo.



Política Ótima para o Esquema de Descontos em Todas as Unidades

Para entender este esquema, vamos usar o exemplo acima. Considere que uma firma irá comprar de nossa empresa com os seguintes dados

- Custo de Setup R\$ 8,00 reais;
- Custo de Estoque baseado em uma taxa de juros de 20% ao ano;
- Demanda anual 600 unidades.

Vamos calcular os EOQ's separadamente

$$Q^{(0)} = \sqrt{\frac{2K\lambda}{Ic_o}} = \sqrt{\frac{2 \times 8 \times 600}{0.2 \times 0.30}} = 400$$

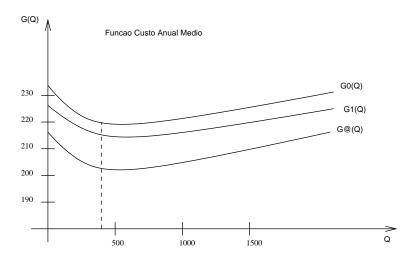
$$Q^{(1)} = \sqrt{\frac{2K\lambda}{Ic_1}} = 406$$

$$Q^{(2)} = \sqrt{\frac{2K\lambda}{Ic_2}} = 414$$

Dizemos que o valor do EOQ é possível de ser praticado se o valor dele cai dentro do seu intervalo correspondente, isto é,

- $Q^{(0)}=400$ para $0 \le Q < 500$, logo, é realizável;
- $Q^{(1)}=406$ para $500 \leq Q < 1000$, logo, não é realizável;
- $Q^{(0)}=414$ para $1000\leq Q$, logo, não é realizável;

Portanto, apenas o $Q^{(0)}$ é praticável neste caso. O gráfico abaixo nos mostra as três curvas dos custos médios anuais de Setup e Manutenção para cada intervalo. Temos três candidatos à solução: 400, 500 e 1000. A solução ótima é o tamanho do lote com menor custo médio anual.



O custo médio anual é dado por

$$G_j(Q) = \lambda c_j + K \frac{\lambda}{Q} + I c_j \frac{Q}{2} \ \ \mathrm{para} \ j = 0, 1, 2$$

Logo, G(Q) é definida como

$$G(Q) = \left\{ \begin{array}{ll} G_0(Q) & \text{se } 0 \leq Q < 500; \\ G_1(Q) & \text{se } 500 \leq Q < 1000; \\ G_2(Q) & \text{se } 1000 \leq Q. \end{array} \right.$$

Substituindo Q igual a 400, 500 e 1000 e usando os $c_j^\prime s$ apropriados, temos

$$G(400) = G_0(400)$$

$$= 600 \times 0.30 + \frac{600 \times 8}{400} + \frac{0.2 \times 0.30 \times 400}{2} = R\$ 204,00$$

$$G(500) = G_1(500)$$

$$= 600 \times 0.29 + \frac{600 \times 8}{500} + \frac{0.2 \times 0.29 \times 500}{2} = R\$ 198,10$$

$$G(1000) = G_2(1000)$$

$$= 600 \times 0.28 + \frac{600 \times 8}{1000} + \frac{0.2 \times 0.28 \times 1000}{2} = R\$ 200,80$$

Portanto, concluimos que a solução ótima é colocar um pedido de 500 unidades por ano para o empresa de sacos de lixo com um custo médio anual de R\$ 198,10 reais.

Política Ótima para o Esquema de Descontos Incrementais

Vamos usar o mesmo exemplo anterior. Neste caso a função C(Q) será dada por:

$$C(Q) = \begin{cases} 0.30Q & 0 \le Q \le 500\\ 150 + 0.29(Q - 500) & 500 \le Q \le 1000\\ 295 + 0.28(Q - 1000) & 1000 \le Q \end{cases}$$

ou ainda

$$C(Q) = \begin{cases} 0.30Q & 0 \le Q \le 500 \\ 5 + 0.29Q & 500 \le Q \le 1000 \\ 15 + 0.28Q & 1000 \le Q \end{cases}$$

A função G(Q) é dada por

$$G(Q) = \lambda \frac{C(Q)}{Q} + K \frac{\lambda}{Q} + I \frac{C(Q)}{Q} \frac{Q}{2}$$

Como,

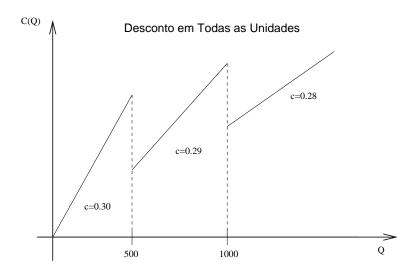
$$\frac{C(Q)}{Q} = \begin{cases} 0.30 & 0 \le Q \le 500\\ \frac{5}{Q} + 0.29 & 500 \le Q \le 1000\\ \frac{15}{Q} + 0.28 & 1000 \le Q \end{cases}$$

Teremos três curvas $G_0(Q)$, $G_1(Q)$ e $G_2(Q)$, uma ara cada intervalo de Q

$$G_0(Q) = 600 \times 0.30 + \frac{8 \times 600}{Q} + \frac{0.20 \times 0.30 \times Q}{2}$$

$$G_1(Q) = 600 \times (0.29 + \frac{5}{Q}) + \frac{8 \times 600}{Q} + 0.20 \times (0.29 + \frac{5}{Q}) \times \frac{Q}{2}$$

$$G_2(Q) = 600 \times (0.28 + \frac{15}{Q}) + \frac{8 \times 600}{Q} + 0.20 \times (0.28 + \frac{15}{Q}) \times \frac{Q}{2}$$



Para determinarmos a solução ótima basta calcular os pontos aonde $G_0(Q)$, $G_1(Q)$ e $G_2(Q)$ são minimizadas.

$$Q^{(0)} = \sqrt{\frac{2K\lambda}{Ic_0}} = \sqrt{\frac{2 \times 8 \times 600}{0.20 \times 0.30}} = 400$$

$$Q^{(1)} = \sqrt{\frac{2 \times 13 \times 600}{0.20 \times 0.29}} = 519$$

$$Q^{(2)} = \sqrt{\frac{2 \times 23 \times 600}{0.20 \times 0.28}} = 702$$

Logo, observamos que $Q^{(0)}$ e $Q^{(1)}$ são praticáveis enquanto que $Q^{(2)}=702<1000$ não é. A solução ótima é obtida pelo cálculo de

$$G_0(Q^{(0)}) = R$204,00$$

 $G_1(Q^{(1)}) = R$204,58.$

Assim sendo, a melhor política neste caso é comprar 400 unidades de sacos plásticos a R\$ 0,30 centavos a unidade.

Exercícios:

- [1] Uma mercearia armazena caixas de lenço de papel em caixa simples e em pacotes econômicos de 12 caixas. Você quer decidir qual comprar: uma caixa ou o pacote de 12 caixas. A caixa custa R\$ 0,45 e o pacote com 12 caixas custa R\$ 5,00. Você consome os lenços a uma taxa de 1 caixa a cada três meses. Assuma que voce pode aplicar o seu dinheiro a uma taxa anual de 25% ao ano e com um custo fixo de R\$ 1,00 (pelo tempo que você gasta para ir a mercearia).
- (A) Quantas caixas você deveria comprar de tal maneira a minimizar o custo anual de manutenção e setup?
- (B) Determine se é mais econômico comprar os pacote de 12 caixas.
- [2] Um gerente de uma empresa de semicondutores deve comprar pasta de silício de três fontes. A fonte A vende o material a R\$ 2,50 reais por tubo independentemente do número de tubos pedidos. A

fonte B vende as pastas por R\$ 2,40 cada mas não vai nem considerar um pedido inferior a 3000 tubos. e a fonte C vende por R\$ 2,30 a unidade, mas, não aceita um pedido inferior a 4000 tubos. Assuma um custo de setup de R\$ 100,00 e uma demanda anual de 20000 tubos. Use uma taxa anual de 20% e respondas as seguintes perguntas:

- (A) Qual fonte deve ser usada e qual o tamanho do pedido?
- (B) Qual é o custo anual médio de setup e manutenção quando a quantidade ótima for usada?
- (C) Se o tempo de reposição é de 3 meses, determine o ponto do pedido de reposição baseado no nível de estoque dos tubos.
- [3] Assuma que dois anos tenham se passado e o gerente quer recalcular o número ótimo de tubos de silício para o problema acima e de qual fonte comprar. A fonte B decidiu aceitar pedidos de qualquer tamanho, mas, vende os tubos a R\$ 2,55 cada para pedidos até 3000 unidades e R\$ 2,25 cada para quantidades incrementais acima de 3000. Fonte A continua com o mesmo esquema de preços e a fonte C faliu. E, agora? Qual fonte deve ser usada?
- [4] No cálculo da política ótima para um esquema de descontos em "todas as unidades", você primeiro calcula os EOQ's para cada um um dos três pedidos e obtém: $Q^{(0)}=800$, $Q^{(1)}=875$ e $Q^{(2)}=925$. O esquema tem " break-points" em 750 e 900. Baseado nestas informações, você consegue determinar qual seria a quantidade ótima a ser pedida? Explique sua resposta.
- [5] Róliude Systems vende placa-mãe para computadores pessoais. Para quantidades até 25, ela compra R\$ 350,00 por placa; para quantidades entre 26 e 50, o preço cai para R\$ 315,00 por placa. E, R\$ 285,00 por placa para quantidades acima de 50 placas. Uma empresa espera precisar das placas para o próximo ano a uma taxa de 140 por ano. Custo de setup por pedido é da ordem de R\$ 30,00 e os custos de manutenção são baseados numa taxa anual de 18%. Qual deve ser o tamanho do lote pedido?

Sistema Multi-Produtos com Recursos Restritos

O Modelo EOQ se aplica apenas a um único tipo de produto em estoque. Embora, nós possamos calcular o EOQ para cada um dos itens, pode existir restrições que possam deixar a solução ótima infactível. Por exemplo, no problema da papelaria, a solução ótima pede para comprar 3879 lápis a cada 1.24 anos. A papelaria pode não ter espaço suficiente para alocar estes lápis ou mesmo pode não ter dinheiro suficiente para comprá-los.

Exemplo: Três itens são produzidos em uma pequena empresa. O gerente tem com critério que a empresa nunca tenha mais do que R\$ 30.000,00 reais investidos no estoque destes itens. A gerência usa uma taxa de 25% ao ano para calcular os custos de manutenção. A tabela abaixo nos dá os custos relevantes e os dados sobre as demandas destes itens.

	Item 1	Item 2	Item 3
Taxa de demanda λ_j	1850	1150	800
Custo Variável c_j	50	350	85
Custo de Setup K_j	100	150	50

Qual deve ser os tamanhos dos lotes a serem produzidos de tal maneira a não ultrapassar o orçamento?

Solução:

Se o orçamento não for excedido com os EOQ's de cada item então estes EOQ's são a solução ótima.

$$EOQ_1 = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 1850}{0.25 \times 50}} = 172$$

$$EOQ_2 = \sqrt{\frac{2 \times 150 \times 1150}{0.25 \times 350}} = 63$$

$$EOQ_3 = \sqrt{\frac{2 \times 50 \times 800}{0.25 \times 85}} = 61$$

Se estes valores dos EOQ's forem usados teremos um investimento em estoque de

$$172 \times 50 + 63 \times 350 + 61 \times 85 = R$$
\$ 35835, 00

COmo a restrição de orçamento é violada então precisamos reduzir estes valores de EOQ's. Mas, como?

Basta multiplicar os EOQ's pela proporção $\frac{30000}{35835}=0.8372$

$$Q_1^* = 172 \times 0.8372 \approx 144$$

 $Q_2^* = 63 \times 0.8372 \approx 52$
 $Q_3^* = 61 \times 0.8372 \approx 51$

O orçamento total com estes tamanhos de lotes deve ser R\$ 29735. Os R\$ 265,00 restantes podem ser usados para aumentar um pouco os valores de Q_1 ou Q_3 .

Em geral, problemas com restrições de espaço e/ou orçamento não são resolvidos tão facilmente. Suponha que n itens tenham custo unitários c_1, c_2, \ldots, c_n e o orçamento total disponível seja de C unidades monetárias. A restrição orçamentária pode ser escrita como

$$c_1Q_1 + c_2Q_2 + \ldots + c_nQ_n \le C$$

Seja
$$EOQ_i = \sqrt{\frac{2K_i\lambda_i}{h_i}}$$
 para $i=1,2,\ldots,n$. Temos duas possibilidades

- (1) $\sum_{i=1}^{n} c_i EOQ_i \leq C \text{ e a solução ótima seria } Q_i^* = EOQ_i.$
- (2) $\sum_{i=1}^n c_i EOQ_i > C$. Se nós assumimos que a relação $\frac{c_1}{h_1} = \frac{c_2}{h_2} = \ldots = \frac{c_n}{h_n}$ então a solução ótima

será
$$Q_i^* = m \times EOQ_i$$
 onde $m = \frac{C}{\sum_{i=1}^n c_i EOQ_i}$.

Como $\frac{c_i}{h_i}=\frac{1}{I_i}$, ou seja necessitamos apenas que os custos de manutenção de cada item usem a mesma taxa anual de juros, o que não é uma condição fantasiosa.

Suponha agora que a restrição seja de espaço. E considere w_i o espaço alocado por 1 unidade do item i (pode ser em metros quadrados ou volume,etc) e seja W o espaço total disponível, a restrição de espaço é da forma

$$w_1Q_1 + w_2Q_2 + \ldots + w_nQ_n \le W$$

O raciocínio é o mesmo aplicado anteriormente, com a condição de que $\frac{w_i}{c_i}$ sejam iguais para todo i. Ou seja, o espaço alocado por um item seja igual ao seu custo de manutenção. Se a taxa de juros é fixa (isto é, $I_i = I$) então temos que o espaço alocado por um item é proporcional ao seu custo variável. O que não é uma condição realista, pois, podemos ter objetos que ocupem menos espaço do que outros e custem mais. Se não considerarmos a condição acima o problema se torna mais difícil de se resolver. Na verdade, queremos resolver o problema de Minimizar o custo anual médio de Setup e Manutenção sujeito à restrição de estoque. Ou seja,

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_{i=1}^n [\frac{h_iQ_i}{2} + \frac{K_i\lambda_i}{Q_i}] \\ \text{sujeito a} \quad & \sum_{i=1}^n w_iQ_i \leq W \end{aligned}$$

Que pode ser escrito como

Minimizar
$$G(Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \theta) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{h_i Q_i}{2} + \frac{K_i \lambda_i}{Q_i} \right] + \theta \sum_{i=1}^n (w_i Q_i - W)$$

As condições necessárias de otimalidade são:

$$\begin{array}{ll} \displaystyle \frac{\partial G}{\partial Q_i} &=& 0 \text{ para todo } i=1,2,\ldots,n \\[1mm] \displaystyle \frac{\partial G}{\partial \theta} &=& 0 \end{array}$$

Após algumas manipulações algébricas temos

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2K_i\lambda_i}{h_i + 2\theta w_i}}$$
 para todo $i = 1, 2, \dots, n$

e a condição final de que $\sum_{i=1}^n w_i Q_i^* = W$

Exercícios:

[1] Uma banquinha de feira tem exatamente $300~\rm{m}^2$ de espaço para alocar 3 tipos de vegetais: tomate, alface e abobrinha. Considere os dados na tabela abaixo

	Tomate	Alface	Abobrinha
Demanda Anual (em Kg)	850	1280	630
Custo por Kg	0.29	0.45	0.25

O custo de Setup para cada vegetal é de R\$ 100,00 e o espaço consumido por cada vegetal é proporcional ao seu custo, com tomates requerendo 15cm² por Kg. A taxa anual de juros é de 25%. Qual são as quantidades ótimas que devem ser compradas de cada vegetal?

[2] Suponha que no problema acima, os espaços alocados por cada vegetal não sejam proporcionais aos seus custos. Em particular, suponha que 1 Kg de alface requer 12 cm² e 1 Kg de abobrinha requer

30 cm². Determine os valores ótimos das quantias para cada vegetal. Teste valores diferentes para o multiplicador de Lagrange θ e ache a quantia ótima para cada vegetal.

Modelos EOQ para Planejamento de Produção

Vamos considerar uma extensão do Modelo EOQ com taxa de produção finita para produzir n produtos em uma única máquina. Seja

- $\lambda_i = \text{taxa de demanda para o produto } j$;
- $P_i = \text{taxa de produção para o produto } j;$
- $h_j = \text{custo de manutenção por unidade de tempo para uma unidade do produto } j;$
- $K_i = \text{custo de Setup para produzir o produto } j$.

O objetivo é determinar o procedimento ótimo para a produção de n produtos em uma máquina afim de minimziar os custos de setup e Manutenção e garantir que a demanda seja atendida durante o ciclo de produção. Para isto, necessitamos da restrição $\sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{P_j} \leq 1$ para garantir que a fábrica tenha a capacidade de produção factível.

Vamos assumir que em cada ciclo há exatamente um setup por produto e os produtos são produzidos na mesma sequencia em cada ciclo de produção.

À primeira vista pode parecer que a solução ótima é produzir $Q_j = \sqrt{\frac{2K_j\lambda_j}{h_j'}}$ onde $h_j^{'} = h_j(1-\frac{\lambda_j}{P_j})$.

O problema com esta política de produção é que Q_j pode não ser grande o suficiente para atender a demanda do produto j entre as rodadas de produção, resultando em "stock-outs" (demanda não-atendida).

Seja T o tamanho (em unidades de tempo) do ciclo. Durante o tempo T um lote de cada produto será produzido. Para que o tamanho do lote do produto j seja grande suficiente para atender a demanda temos que $Q_j = \lambda_j T$. O custo anual médio de Setup e Manutenção é dado por

$$G(Q_j) = K_j \frac{\lambda_j}{Q_j} + h_j' \frac{Q_j}{2}.$$

O custo anual médio de setup e manutenção levando em conta todos os produtos é

$$\sum_{j=1}^{n} G(Q_j) = \sum_{j=1}^{n} K_j \frac{\lambda_j}{Q_j} + h'_j \frac{Q_j}{2}$$

Substituindo $T=\displaystyle\frac{Q_j}{\lambda_j}$ na equação acima temos

$$G(T) = \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{K_{j}}{T} + h'_{j} \lambda_{j} \frac{T}{2} \right]$$

Logo, queremos achar T de tal maneira a minimizar G(T). A condição necessária para um T ótimo é $\frac{dG(T)}{dT}=0$. Assim sendo,

$$\sum_{j=1}^{n} \left[\frac{-K_j}{T^2} + h_j' \frac{\lambda_j}{2} \right] = 0$$

Resolvendo a equação acima para T temos

$$T^* = \sqrt{\frac{2\sum_{j=1}^{n} K_j}{\sum_{j=1}^{n} h'_j \lambda_j}}$$

Se há tempo de setup, precisamos verificar se há tempo suficiente em cada ciclo produtivo para levar a cabo o tempo de setup e o tempo de produção dos n produtos. Seja s_j o temp ode setup para cada produto j. Para garantir que o tempo total (de setup e de produção) não exceda T temos que adicionar a restrição

$$\sum_{j=1}^{n} (s_j + \frac{Q_j}{P_j}) \le T.$$

Usando o fato de que $Q_j = \lambda_j T$ temos

$$\sum_{j=1}^{n} \left(s_j + \frac{\lambda_j T}{P_j} \right) \le T.$$

Que depois de algumas manipulações temos

$$T \ge \frac{\sum_{j=1}^{n} s_j}{1 - \sum_{j=1}^{n} \frac{\lambda_j}{P_j}} = T_{\min}$$

O tamanho do ciclo T será $T={\rm Max}\{T_{\min},T^*\}$

Exemplo: Uma fábrica de sapatos produz sapatos masculinos e femininos. O couro tanto para a parte superior do sapato como para as solas são cortados em uma única máquina. A fábrica produz 7 estilos e 'varias cores. O gerente da fábrica deseja montar um esquema de corte para os sapatos usando uma política de rotação (isto é, em cada ciclo há exatamente um setup para cada produto) que atenda a demanda e minimize os custo de setup e manutenção. Os custos de setup são proporcionais ao tempo de setup. A firma estima que os custos de setup são da ordem de R\$ 110,00 por hora(baseado no custo do trabalhador e do tempo em que a máquina fica ociosa). Custos de Manutenção são baseados em uma taxa anual de 22%. A tabela abaixo nos dá os dados relevantes

Estilo	Demanda Anual	Taxa de Produção	Tempo de Setup	Custo Variável
	(unidades/ano)	(unidades/ano)	(horas)	(reais/unidade)
E1	4520	35800	3.2	40
E2	6600	62600	2.5	26
E3	2340	41000	4.4	52
E4	2600	71000	1.8	18
E5	8800	46800	5.1	38
E6	6200	71200	3.1	28
E7	5200	56000	4.4	31

O primeiro passo é verificar se o problema é factível. Assim , calculamos

Agora, vamos calcular os custos de setup e o de manutenção para cada estilo

Custo de Setup	Custo de Manutenção Modificado	
$(K_j = 110*$ Tempo de Setup do Produto j)	$(h_j^{'}=h_j(1-rac{\lambda_j}{P_j}))$	
352	7.69	
275	5.12	
484	10.79	
198	3.81	
561	6.79	
341	5.62	
484	6.19	

O próximo passo é calcular

- Soma dos custos de setups $=\sum_{j=1}^n\!K_j=2695$
- Soma dos custos de manutenção vezes a demanda anual $=\sum_{j=1}^n h_j^{'} \times \lambda_j = 230458, 40$

Substituindo este valores na fórmula para T^* temos

$$T^* = \sqrt{\frac{2\sum_{j=1}^{n} K_j}{\sum_{j=1}^{n} h'_j \lambda_j}} = 0.1529$$

assumindo um ano com 250 dias de trabalho, isto significa que o ciclo deve se repetir cada 38 dias de úteis (aproximadamente). O Tamanho do lote ótimo para cada estilo é obtido pela multiplicação do tamanho do ciclo por sua taxa de demanda anual

Estilo	$Q_j^* = \lambda_j \times T$
E1	691
E2	1009
E3	358
E4	398
E5	1346
E6	948
E7	795

Portanto, a fábrica deve cortar os couros (seqüencialmente) nestes tamanhos de lotes e repetir a seqüência a cada 38 dias. Contudo, esta solução pode ser implementada apenas se T^* não for menor do que T_{\min} . Para calcular T_{\min} temos que expressar os tempos de setup em anos, pois, a taxa de demanda e taxa de produção foram dadas em anos), assim basta dividir s_j por (250×8) , pois, temos 250 dias de trabalho no ano e 8 horas por dia. Substituindo este resultado na fórmula de T_{\min} temos

$$T_{\min} = \frac{\sum_{j=1}^{n} s_j}{1 - \sum_{j=1}^{n} \frac{\lambda_j}{P_j}} = 0.04$$

Portanto, T^* é factível e, portanto, ótimo.

O custo total anual médio de setup e manutenção na política ótima é

$$G(T) = \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{K_j}{T} + h'_j \lambda_j \frac{T}{2} \right] = 35244,44$$

O tempo dentro do ciclo em que há produção é calculado da seguinte maneira

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{Q_j}{P_j} = 0.106$$

Como o tamanho do ciclo é $T^*=0.1529$ então durante o ciclo a máquina fica ociosa durante $(1-\frac{0.106}{0.1529})\approx 30\%$

Exercícios:

[1] Uma metalúrgica tem uma única prensa. Atualmente, há três peças que requerem a prensa. Assuma que a prensa é um recurso importante para estas peças e que não há necessidade de se preocupar com as interações da prensa com as outras máquinas. A tabela abaixo nos dá as informações pertinentes

Poca	Domanda Anual	Custo do Sotup	Custo Variával	Taxa de produção
i eça	Demanda Amai	Custo de Setup	Custo Variavei	raxa de produção
P1	25000	80	16	45000
P2	5500	120	18	40000
P3	1450	60	22	26000

Os custos de manutenção são baseado numa taxa anual de 18% e os produto são produzido em seqüência durante o ciclo.

Pede-se:

- (A) Qual é o tempo ótimo entre os setups da Peça P1?
- (B) Qual é aporcentagem do tempo em que a prensa está ociosa, assumindo o uso da política ótima?
- (C) Qual é o tamanho dos lotes para cada peça durante o ciclo?
- (D) Qual é o custo anual médio usando a política ótima?